

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัย เพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์โดยใช้โจทย์ปัญหาบูรณาการวิทยาศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อ ต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

2. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

3. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

4. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะ การคิดวิเคราะห์

5. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และทักษะการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์

6. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8. กรอบแนวคิดในการวิจัย

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ความนำ

กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ให้เป็นหลักสูตร แกนกลางของประเทศ โดยกำหนดจุดหมาย และมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายและกรอบทิศทางใน การพัฒนาคุณภาพผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีคุณภาพชีวิตที่ดีและมีขีดความสามารถในการแข่งขันในเวที ระดับโลก (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544) พร้อมกันนี้ได้ปรับกระบวนการพัฒนาหลักสูตรให้มีความสอดคล้อง กับเจตนารมณ์แห่งพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 ที่มุ่งเน้นการกระจายอำนาจ ทางการศึกษาให้ท้องถิ่นและสถานศึกษา ได้มีบทบาทและมีส่วนร่วมใน การพัฒนาหลักสูตร เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพ และความต้องการของท้องถิ่น (สำนักนายกรัฐมนตรี, 2542) จากการทบทวนหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ซึ่งใช้เป็นแนวทางในการจัดการศึกษา ที่ผ่านมา ทำให้ค้นพบข้อดีและข้อบกพร่องในบางประการที่จำเป็นต้องมีการพัฒนาให้สมบูรณ์เหมาะสม กับการเปลี่ยนแปลงในยุคปัจจุบัน เป็นมูลเหตุจูงใจมาสู่การพัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งเป็นหลักสูตรที่มีความเหมาะสม ชัดเจน ทั้งเป้าหมายของหลักสูตรในการพัฒนา คุณภาพผู้เรียน และกระบวนการนำหลักสูตรไปสู่กระบวนการปฏิบัติในระดับเขตพื้นที่การศึกษาและสถานศึกษา

โดยการมีกำหนดวิสัยทัศน์ จุดหมาย สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียนคุณลักษณะอันพึงประสงค์ มาตรฐาน การเรียนรู้และตัวชี้วัดที่ชัดเจนเพื่อใช้เป็นทิศทางในการจัดทำหลักสูตรการเรียนการสอนในระดับสถานศึกษา

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรม ในการใช้ ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสาร และประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัด และลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่าง สร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้าง องค์ความรู้ หรือสารสนเทศ เพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์ และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกัน และแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ใน การดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกัน ในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยง พฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคมในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการเป็นพลเมืองดีของชาติ อารมณ์ซึ่งความเป็นชาติไทย ศรัทธา ยึดมั่นในศาสนา และเคารพเทิดทูนสถาบันพระมหากษัตริย์

ผู้ที่รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ คือ ผู้ที่มีลักษณะซึ่งแสดงออกถึงการเป็นพลเมืองดีของชาติ มีความสามัคคีปรองดอง ภูมิใจ เชิดชูความเป็นชาติไทย ปฏิบัติตนตามหลักศาสนาที่ตนนับถือและแสดง ความจงรักภักดีต่อสถาบันพระมหากษัตริย์

ตัวชี้วัด

- 1.1 เป็นพลเมืองดีของชาติ
- 1.2 ดำรงไว้ซึ่งความเป็นชาติไทย
- 1.3 ศรัทธา ยึดมั่นและปฏิบัติตนตามหลักศาสนา
- 1.4 เคารพเทิดทูนสถาบันพระมหากษัตริย์

2. ซื่อสัตย์สุจริต

ซื่อสัตย์สุจริต หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการยึดมั่นในความถูกต้องประพฤติตรงตามความเป็นจริงต่อตนเองและผู้อื่นทั้งทางกาย วาจา ใจ

ผู้ที่มีความซื่อสัตย์สุจริต คือ ผู้ที่ประพฤติตรงตามความเป็นจริงทั้งทางกาย วาจา ใจ และยึดหลักความจริง ความถูกต้องในการดำเนินชีวิต มีความละเอียดและเกรงกลัวต่อการกระทำผิด

ตัวชี้วัด

- 2.1 ประพฤติตรงตามความเป็นจริงต่อตนเองทั้งกาย วาจา ใจ
- 2.2 ประพฤติตรงตามเป็นจริงต่อผู้อื่นทั้งทางกาย วาจา ใจ

3. มีวินัย

มีวินัย หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการยึดมั่นในข้อตกลง กฎเกณฑ์ และระเบียบข้อบังคับของครอบครัว โรงเรียนและสังคม

ผู้ที่มีวินัย คือ ผู้ที่ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับ ของครอบครัว โรงเรียน และสังคมเป็นปกติวินัย ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น

ตัวชี้วัด

- 3.1 ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของครอบครัว โรงเรียนและสังคม

4. ใฝ่เรียนรู้

ใฝ่เรียนรู้ หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงความตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน แสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

ผู้ใฝ่เรียนรู้ คือ ผู้ที่มีลักษณะซึ่งแสดงออกถึงความตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ แสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียนอย่างสม่ำเสมอ ด้วยการเลือกใช้สื่ออย่างเหมาะสม บันทึกความรู้ วิเคราะห์ สรุปเป็นองค์ความรู้ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ถ่ายทอดเผยแพร่ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ตัวชี้วัด

- 4.1 ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียนและเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
- 4.2 แสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน ด้วยการเลือกใช้สื่ออย่างเหมาะสม สรุปเป็นองค์ความรู้ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

5. อยู่อย่างพอเพียง

อยู่อย่างพอเพียง หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการดำเนินชีวิตอย่างพอประมาณ มีเหตุผล รอบคอบ มีคุณธรรม มีภูมิคุ้มกันในตัวที่ดี และปรับตัวเพื่ออยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

ผู้ที่อยู่อย่างพอเพียง คือ ผู้ที่ดำเนินชีวิตอย่างประมาณตน มีเหตุผล รอบคอบ ระมัดระวัง อยู่ร่วมกับผู้อื่นด้วยความรับผิดชอบ ไม่เบียดเบียนผู้อื่น เห็นคุณค่าของทรัพยากรต่าง ๆ มีการวางแผน ป้องกันความเสี่ยงและพร้อมรับการเปลี่ยนแปลง

ตัวชี้วัด

- 5.1 ดำเนินชีวิตอย่างพอประมาณ มีเหตุผล รอบคอบ มีคุณธรรม
- 5.2 มีภูมิคุ้มกันในตัวที่ดี ปรับตัวเพื่ออยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

6. มุ่งมั่นในการทำงาน

มุ่งมั่นในการทำงาน หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงความตั้งใจและรับผิดชอบในการทำหน้าที่การงาน ด้วยความเพียรพยายาม อุตทน เพื่อให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย

ผู้ที่มีมุ่งมั่นในการทำงาน คือ ผู้ที่มีลักษณะซึ่งแสดงออกถึงความตั้งใจปฏิบัติหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย ด้วยความเพียรพยายาม ทุ่มเทกำลังกาย กำลังใจ ในการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ให้สำเร็จลุล่วง ตามเป้าหมายที่กำหนดด้วยความรับผิดชอบ และมีความภาคภูมิใจในผลงาน

ตัวชี้วัด

- 6.1 ตั้งใจและรับผิดชอบในหน้าที่การงาน
- 6.2 ทำงานด้วย ความเพียรพยายาม และอุตทนเพื่อให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย

7. รักความเป็นไทย

รักความเป็นไทย หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงความภาคภูมิใจ เห็นคุณค่าร่วมอนุรักษ์ สืบทอดภูมิปัญญาไทย ขนบธรรมเนียมประเพณี ศิลปะและวัฒนธรรม ใช้ภาษาไทยในการสื่อสารได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ผู้ที่รักความเป็นไทย คือ ผู้ที่มีความภาคภูมิใจ เห็นคุณค่า ชื่นชม มีส่วนร่วมในการอนุรักษ์ สืบทอด เผยแพร่ภูมิปัญญาไทย ขนบธรรมเนียมประเพณี ศิลปะและวัฒนธรรมไทยมีความกตัญญูกตเวที ใช้ภาษาไทยในการสื่อสารอย่างถูกต้องเหมาะสม

ตัวชี้วัด

- 7.1 ภาคภูมิใจในขนบธรรมเนียมประเพณี ศิลปะ วัฒนธรรมไทย และมีความกตัญญูกตเวที
- 7.2 เห็นคุณค่าและใช้ภาษาไทยในการสื่อสารได้อย่างถูกต้องเหมาะสม
- 7.3 อนุรักษ์ และสืบทอดภูมิปัญญาไทย
- 7.4 ไหว้สวย
- 7.5 พุดไพเราะ

8. จิตสาธารณะ

มีจิตสาธารณะ หมายถึง คุณลักษณะที่แสดงออกถึงการมีส่วนร่วมในกิจกรรมหรือสถานการณ์ ที่ก่อให้เกิดประโยชน์แก่ผู้อื่น ชุมชน และสังคม ด้วยความเต็มใจ กระตือรือร้น โดยไม่หวังผลตอบแทน

ผู้ที่มีจิตสาธารณะ คือ ผู้ที่มีลักษณะเป็นผู้ให้และช่วยเหลือผู้อื่น แบ่งปันความสุขส่วนตน เพื่อทำประโยชน์แก่ส่วนร่วม เข้าใจ เห็นในผู้ที่มีความเดือดร้อน อาสาช่วยเหลือสังคม อนุรักษ์สิ่งแวดล้อม ด้วยร่างกาย สติปัญญา ลงมือปฏิบัติ เพื่อแก้ปัญหาหรือร่วมสร้างสรรค์สิ่งที่ดีงามให้เกิดในชุมชน โดยไม่หวังสิ่งตอบแทน

ตัวชี้วัด

- 8.1 ช่วยเหลือผู้อื่นด้วยความเต็มใจโดยไม่หวังผลตอบแทน
- 8.2 เข้าร่วมกิจกรรมที่เป็นประโยชน์ต่อโรงเรียน ชุมชน และสังคม
- 8.3 มีน้ำใจ

ค่านิยมหลักของคนไทย 12 ประการ ตามนโยบายของ คสช.

1. มีความรักชาติ ศาสนา พระมหากษัตริย์
2. ซื่อสัตย์ เสียสละ อดทน มีอุดมการณ์ในสิ่งที่ดีงามเพื่อส่วนรวม
3. กตัญญูต่อพ่อแม่ ผู้ปกครองครูบาอาจารย์
4. ใฝ่หาความรู้ หมั่นศึกษาเล่าเรียนทั้งทางตรงและทางอ้อม
5. รักษาวัฒนธรรมประเพณีไทยอันงดงาม
6. มีศีลธรรม รักษาความสัตย์ หวังดีต่อผู้อื่น เผื่อแผ่และแบ่งปัน
7. เข้าใจเรียนรู้การเป็นประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุขที่ถูกต้อง
8. มีระเบียบวินัยเคารพกฎหมาย ใฝ่เรียนรู้จักการเคารพผู้ใหญ่
9. มีสติรู้ตัว รู้คิดรู้ทำ รู้ปฏิบัติตามพระราชดำรัสของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว
10. รู้จักดำรงตนอยู่โดยใช้หลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงตามพระราชดำรัสของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว รู้จักอดออมไว้ใช้เมื่อยามจำเป็น มีไว้พอกินพอใช้ถ้าเหลือก็แจกจ่ายจำหน่ายและพร้อมที่จะขยายกิจการเมื่อมีความพร้อมเมื่อมีภูมิคุ้มกันที่ดี
11. มีความเข้มแข็งทั้งร่างกาย และจิตใจ ไม่ยอมแพ้ต่ออำนาจฝ่ายต่าง ๆ หรือกิเลส มีความละเอียด เกรงกลัวต่อบาปตามหลักของศาสนา
12. คำนึงถึงผลประโยชน์ของส่วนรวม และของชาติมากกว่าผลประโยชน์ของตนเอง

ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวนระบบจำนวนจริง คุณสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงการดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. **การวัดความยาวระยะทาง** น้ำหนัก พื้นที่ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. **เรขาคณิต** รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนี้ภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

4. **พีชคณิต** แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชันเซตและการดำเนินการของเซตการให้เหตุผล นิพจน์สมการระบบสมการ อสมการกราฟลำดับเลขคณิตลำดับเรขาคณิตอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

5. **การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น** การกำหนดประเด็น การเขียนข้อความการกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆและช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียนจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งแสนและศูนย์ และการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก ปริมาตร ความจุ เวลาและเงิน สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกลม ทรงกระบอก รวมทั้ง จุด ส่วนของเส้นตรง รังสี เส้นตรง และมุม

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูป และอธิบายความสัมพันธ์ได้

5. รวบรวมข้อมูล และจำแนกข้อมูลเกี่ยวกับตนเองและสิ่งแวดล้อมใกล้ตัวที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน และอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่งได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.1	1. เขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิก และตัวเลขไทยแสดงปริมาณของสิ่งของหรือจำนวนนับที่ไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์	<ul style="list-style-type: none"> • การใช้จำนวนบอกปริมาณที่ได้จากการนับ • การเขียนตัวเลขฮินดูอารบิก และตัวเลขไทยแสดงจำนวน • การอ่านตัวเลขฮินดูอารบิกและตัวเลขไทย • การนับเพิ่มทีละ 1 ทีละ 2 • การนับลดทีละ 1
	2. เปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์	<ul style="list-style-type: none"> • หลักและค่าของเลขโดดในแต่ละหลัก • การเขียนตัวเลขแสดงจำนวนในรูปกระจาย • การเปรียบเทียบจำนวนและการใช้เครื่องหมาย = \neq > < • การเรียงลำดับจำนวนไม่เกินห้าจำนวน

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.1	1. บวก ลบ และบวก ลบระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> • ความหมายของการบวกและการใช้เครื่องหมาย + • การบวกที่ไม่มีการทด • ความหมายของการลบและการใช้เครื่องหมาย - • การลบที่ไม่มีการกระจาย • การบวก ลบระคน
	2. วิเคราะห์และหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และโจทย์ปัญหาระคนของจำนวนนับไม่เกินหนึ่งร้อยและศูนย์ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	<ul style="list-style-type: none"> • โจทย์ปัญหาการบวก การลบ • โจทย์ปัญหาการบวก ลบระคน • การสร้างโจทย์ปัญหาการบวก การลบ

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.1	1. บอกความยาว น้ำหนัก ปริมาตร และความจุ โดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน	<ul style="list-style-type: none"> การเปรียบเทียบความยาว (สูงกว่า ต่ำกว่า ยาวกว่า สั้นกว่า ยาวเท่ากัน สูงเท่ากัน) การวัดความยาวโดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน การเปรียบเทียบน้ำหนัก (หนักกว่า เบากว่า หนักเท่ากัน) การชั่งโดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน การเปรียบเทียบปริมาตรและความจุ (มากกว่า น้อยกว่า เท่ากัน จุกมากกว่า จุน้อยกว่า จูเท่ากัน) การตวงโดยใช้หน่วยที่ไม่ใช่หน่วยมาตรฐาน
	2. บอกช่วงเวลา จำนวนวันและชื่อวันในสัปดาห์	<ul style="list-style-type: none"> ช่วงเวลาในแต่ละวัน (กลางวัน กลางคืน เช้า สาย เย็น บ่าย เย็น) จำนวนวันและชื่อวันในสัปดาห์

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.1	1. จำแนกรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี	<ul style="list-style-type: none"> รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.1	1. บอกจำนวนและความสัมพันธ์ในแบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 ทีละ 2 และลดลงทีละ 1	<ul style="list-style-type: none"> แบบรูปของจำนวนที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 ทีละ 2 แบบรูปของจำนวนที่ลดลงทีละ 1
	2. บอกรูปและความสัมพันธ์ในแบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสีที่สัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่ง	<ul style="list-style-type: none"> แบบรูปของรูปที่มีรูปร่าง ขนาด หรือสีที่สัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่ง เช่น $\triangle \square \triangle \square \triangle \square _$

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ป.1 – 3	<ol style="list-style-type: none"> ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ 	-

2. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

การเรียนรู้ธรรมชาติของมนุษย์เริ่มต้นด้วยวิธีการเชิงบรรยาย แต่เมื่อมนุษย์เรียนรู้ และรับรู้ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของธรรมชาติมากขึ้น มนุษย์เริ่มสร้างรูปแบบของคณิตศาสตร์ของธรรมชาติขึ้น มีการกำหนดความหมายของคำที่นำไปใช้ในการสร้างสัจพจน์ (Axioms) นักคณิตศาสตร์จะใช้การนิรนัยเชิงตรรกวิทยา (Logical Deduction) สร้างทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิสูจน์ในเชิงตรรกวิทยาแล้วจะถูกนำกลับไปใช้แก้ปัญหา หรือตีความเหตุการณ์ในธรรมชาติ โดยธรรมชาติแล้ว คนส่วนใหญ่จะเรียนรู้คณิตศาสตร์จากธรรมชาติ แล้วสรุปเป็นทฤษฎีและกฎด้วยสัญชาตญาณ (Intuition) มากกว่าด้วยการพิสูจน์ (Proof) แต่ทฤษฎีและกฎที่ได้มาด้วยสัญชาตญาณมักจะเป็นข้อความที่สับสนไม่เป็นระบบยากแก่การจำและการนำไปใช้ ผู้ค้นพบจึงพยายามจัดและทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยหวนกลับไปสร้างสัจพจน์ที่จำเป็น แล้วสร้างทฤษฎีขึ้นมาจากสัจพจน์อย่างสมเหตุ สมผล ตามหลักตรรกวิทยา โดยไม่ได้เป็นการบรรยายสิ่งใด ๆ ในธรรมชาติเลย ธรรมชาติของคณิตศาสตร์จึงมีลักษณะสำคัญ ดังต่อไปนี้

1. โครงสร้างของคณิตศาสตร์มีส่วนประกอบสำคัญ 4 ประการ ได้แก่ อนิยาม นิยาม กติกา หรือข้อตกลงเบื้องต้น หรือสัจพจน์และทฤษฎีบท โดยมีลักษณะดังนี้

1.1 อนิยาม (Undefined Terms) หมายถึง คำที่ไม่ได้ให้ความหมาย หรือ คำจำกัดความ แต่ให้เข้าใจตรงกัน นักคณิตศาสตร์ได้เริ่มโครงสร้างของคณิตศาสตร์ด้วยคำกลุ่มหนึ่งซึ่ง ไม่ต้องให้ความหมายหรือคำจำกัดความ โดยที่ให้ตกลงกันว่าคำเหล่านี้เป็นที่เข้าใจกันอาจจะทำความเข้าใจ

ให้ตรงกันโดยใช้วิธียกตัวอย่าง หรือเข้าใจด้วยปฏิภาณ ตัวอย่างของอนิยามในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น จุด ค่าคงที่ เท่ากัน มากกว่า เซต ระบาย เป็นต้น โดยที่ในโครงสร้างของคณิตศาสตร์จะพยายามให้มีอนิยามเป็นจำนวนน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

1.2 นิยาม (Defined Terms) หมายถึง คำที่มีการให้ความหมายหรือคำจำกัดความโดยการนำอนิยามมาบรรยายหรือกำหนดคุณลักษณะของคำเหล่านั้น เช่น ใช้คำว่า “เซต” ไป อธิบายความหมายของ “สับเซต” ตัวอย่างของคำที่มีการให้คำจำกัดความในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ตัวหารร่วมมาก วงกลม สมการ เป็นต้น

1.3 สมมุติ (Postulate) คณิตศาสตร์บางแขนงใช้คำว่าข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) ในคณิตศาสตร์แนวเก่าใช้คำว่าสัจพจน์ (Axiom) หมายถึง ประโยคหรือข้อความที่ให้ ยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ มักจะแสดงถึงความสัมพันธ์ของนิยามหรือนิยามที่เป็นพื้นฐานมาก จึงไม่จำเป็นต้องพิสูจน์ เช่น กำหนดจุดสองจุดจะลากเส้นตรงผ่านได้เพียงเส้นเดียว

1.4 ทฤษฎีบท (Theorem) เป็นผลสรุปที่ได้จากข้อมูลชุดหนึ่งหรือจาก เงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงทุกกรณีคือสมเหตุสมผล (Valid) การพิสูจน์ทฤษฎีบท การให้เหตุผลทางตรรกวิทยาโดยการนำนิยาม กติกา หรือทฤษฎีบทที่ได้พิสูจน์แล้วไปสนับสนุนทฤษฎีบทนั้นเป็นจริง ความเป็นจริงในทุกกรณีของทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ หมายถึง สมเหตุสมผลไม่ได้ หมายถึง ข้อเท็จจริง (Fact) แต่ความเป็นจริงในทุกกรณีของทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์บางแขนงบางเรื่อง อาจตรงกับข้อเท็จจริงทุกกรณีด้วย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกติกาที่เป็นฐานของทฤษฎีบทนั้น ถ้ากติกาเป็น ข้อเท็จจริง ทฤษฎีบทที่พิสูจน์ว่าเป็นจริง โดยใช้กติกานั้นเป็นเหตุผลในการอ้างอิงก็ย่อมเป็นจริงตามข้อเท็จจริงด้วย

2. วิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาเป็นนามธรรม (Abstract) ความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์เกิดขึ้นเมื่อนุษย์ตระหนักว่าประสบการณ์มีมากมายจนเกินกว่าจะเสียดสีได้โดยครบถ้วน ไม่มีใครเห็นรูปร่างของยูคลิดแม้แต่รูปเดียว นอกจากคำอธิบายของมันที่ยูคลิดนิยามไว้ อย่างครอบคลุมวงกลมในอุดมคติของยูคลิดไม่ได้เป็นแต่เพียงวงกลมในเรขาคณิตในโรงเรียนเท่านั้น แต่ยังเป็นวงกลมในหนังสือคู่มือของวิศวกรที่ใช้ในการคำนวณการปฏิบัติงานของเครื่องจักรด้วยวงกลม ของยูคลิดจึงเป็นนามธรรมที่ได้จากการสรุปลักษณะต่าง ๆ ปรากฏแก่สายตาว่าเป็นวงกลมด้วยภาษาที่ครอบคลุมชัดเจนและรัดกุม การสรุปลักษณะเชิงรูปธรรมให้เป็นนามธรรมในวิชาคณิตศาสตร์ให้ มนุษย์มีความเข้าใจโลกแห่งวิทยาศาสตร์และชีวิตประจำวันชัดเจนขึ้นและทำให้มนุษย์สามารถอธิบาย ประสบการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลสอดคล้องกับการสังเกต

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการพิสูจน์ (Proof) หรือการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ จะตอบคำถามว่า “ทำไม” มากกว่า “อย่างไร” การคำนวณไม่ใช่เนื้อหาของคณิตศาสตร์ เนื้อหาของคณิตศาสตร์คือ การพิสูจน์หรือการให้เหตุผล คณิตศาสตร์ไม่ใช่สามัญสำนึกเป็นเรื่องตลก แต่ใช้นิยาม กติกา และทฤษฎีบทมาเป็นเหตุผลสนับสนุนว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นจริง ยิ่งระดับที่เป็นนามธรรม ลึกซึ้งมากขึ้นเพียงใด เหตุผลก็ยังมีบทบาทสำคัญมากขึ้นเพียงนั้น

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มุ่งการวางนัยทั่วไป (Generalization) ของสิ่งต่าง ๆ เพื่อประโยชน์ในการนำไปใช้แก้ปัญหากรณีเฉพาะต่าง ๆ ร่วมโครงสร้างเดียวกันได้อย่างสะดวกและรวดเร็ว เช่น ถ้าสามารถหาคำตอบของ $1+2+3+\dots+n = ?$ ก็จะสามารถนำคำตอบที่ได้ไปหาคำตอบของกรณีเฉพาะ $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = ?$ ได้อย่างรวดเร็ว ทฤษฎีบทต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ทุกสาขาเป็นตัวอย่าง

ของความเป็นกรณีทั่วไปความเป็นกรณีทั่วไปของคณิตศาสตร์มีความเด่นมาก จนกล่าวกันว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของแบบแผน ซึ่งเป็นโครงการใหญ่ ๆ ที่รวมกรณีเฉพาะต่าง ๆ ไว้อย่างไม่จำกัด

จากการศึกษาธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ จะเห็นว่าธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์นั้นเป็นวิชาที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม ซึ่งเกิดจากการที่มนุษย์ได้พบประสบการณ์มากมายจนเกินจะบรรยายได้อย่างครบถ้วน ทำให้วิชาคณิตศาสตร์ต้องมีคำจำกัดความหรือความหมายไว้อย่างชัดเจน เนื้อหาของคณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล โดยไม่สามารถจะตัดสินได้จากสามัญสำนึก แต่ต้องใช้นิยาม กติกา หรือทฤษฎีบทเป็นเครื่องมือในการตัดสินหรือสนับสนุนว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นจริง ดังนั้น การให้เหตุผลจึงมีบทบาทสำคัญมากนั้นคือธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาให้มีประสิทธิภาพนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องมีความเข้าใจในตัวนักเรียน เข้าใจระบบพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของเด็ก เพื่อนำมาใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของเด็ก การจัดกิจกรรมต่างๆ จึงจะได้ผล ซึ่งประกอบไปด้วยองค์ประกอบที่สำคัญหลายประการ ได้แก่ ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์ แนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จำแนกได้ 2 ประเภท คือ ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์และทฤษฎีการเรียนรู้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill theory) เป็นทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นในเรื่องการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ซ้ำ ๆ จนกว่าเด็กจะเคยชินกับวิธีการนั้น ๆ การสอนจึงเริ่มโดยครูจะเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์แล้วให้เด็กฝึกฝน ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกระทั่งเด็กชำนาญ แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎีนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการ คือ

- 1) เด็กต้องท่องจำ กฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับเด็ก
- 2) เด็กไม่อาจจะจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้วได้หมด
- 3) เด็กขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบากสับสนในการคิดคำนวณ

แก้ปัญหาและสิ่งของที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีการเรียนรู้โดยบังเอิญ (Incidental learning theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่าเด็กจะเรียนได้ดีเมื่อเกิดความต้องการหรือความอยากรู้อย่างไรเรื่องใดเรื่องหนึ่งเกิดขึ้น ดังนั้นกิจกรรมการเรียนควรจัดตามเหตุการณ์ที่บังเกิดขึ้นในโรงเรียนหรือชุมชนซึ่งเด็กได้ประสบกับตนเอง แต่ทฤษฎีนี้มีข้อบกพร่องหรือเหตุการณ์จะเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก ดังนั้นการเรียนตามทฤษฎีนี้ก็จะไม่เกิดผล

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่า การคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของเด็กเป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้และเข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อสิ่งนั้นมีความหมายต่อเด็กเองและเป็นเรื่องที่ได้พบเห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวันของเด็ก

ทฤษฎีการเรียนรู้

การสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยหลักจิตวิทยาเข้าช่วยในการสอนอย่างมาก ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมยากแก่การเข้าใจสำหรับเด็ก ครูจึงควรศึกษาหลักจิตวิทยาในการเรียนการสอนให้เข้าใจแล้วนำมาใช้ในการสอนให้เหมาะสมกับสถานการณ์ ซึ่งนักจิตวิทยาได้เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับการเรียนรู้ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development)

(พงษ์พันธ์ พงษ์โสภณ. 2544: 61 -65)

เพียเจต์ เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิสเซอร์แลนด์ที่มีบทบาทในวิชาชีฟต่าง ๆ มากในช่วงปี ค.ศ.1930 – 1980 เพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่ม และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้งสี่ของ เพียเจต์ คือ 1) ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (sensory – motor stage) ตั้งแต่แรกเกิดจนอายุ 2 ขวบ เป็นขั้นที่เด็กรู้จักการใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ เช่น ปาก หู ตา 2) ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (preoperational Stage) อยู่ในช่วงอายุ 2 - 6 ปี เป็นขั้นที่เด็กเริ่มเรียนรู้การพูดและเข้าใจเครื่องหมายท่าทางที่สื่อความหมาย เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ดีขึ้น แต่ยังอาศัยการรับรู้เป็นส่วนใหญ่ ยังไม่สามารถคิดหาเหตุผลและยกเหตุผลขึ้นมาอ้างอิงได้ 3) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (concrete operational stage) อยู่ในช่วงอายุ 7 - 11 ปี ในช่วงอายุดังกล่าวเด็กสามารถใช้เหตุผลกับสิ่งที่แลเห็นได้ เช่นการจัดแบ่งกลุ่มเป็นพวก มองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ได้ดีขึ้น และ 4) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (formal operational stage) อยู่ในช่วงอายุ 11-15 ปี เป็นช่วงที่เด็กรู้จักคิดหาเหตุผล และเรียนรู้เกี่ยวกับนามธรรมได้ดีขึ้นสามารถตั้งสมมุติฐานและแก้ปัญหาได้ การคิดหาเหตุผลแบบตรรกศาสตร์ พัฒนาการอย่างสมบูรณ์ เป็นขั้นที่เกิดโครงสร้างทางสติปัญญาอย่างสมบูรณ์เด็กในวัยนี้จะมีความคิดเท่าผู้ใหญ่ อาจจะแตกต่างกันที่คุณภาพเท่านั้น เนื่องจากประสบการณ์แตกต่างกัน

พัฒนาการของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ต่อการศึกษา เนื่องจากขั้นทั้งสี่กล่าวถึงข้อเท็จจริงว่า วิธีคิด ภาษา ปฏิกริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้นการจัดการศึกษาให้เด็กจึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากผู้ใหญ่ และสิ่งที่ความหมายมากที่นักการศึกษาได้รับจากงานของเพียเจต์ คือเด็กที่มีอายุน้อย ๆ จะเรียนได้ดีที่สุด จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียน ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง ตามทฤษฎีเพียเจต์ เมื่อเด็กโตขึ้นและเข้าสู่ลำดับขั้นที่สูงกว่าเด็กจะต้องการการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการของสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น แต่มิได้หมายความว่าเด็กไม่ต้องทำกิจกรรมเลย การเรียนรู้โดยการทำกิจกรรมยังคงอยู่ในทุกลำดับขั้นของการพัฒนา นอกจากนี้ เพียเจต์ยังเห็นว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น เพียเจต์ เรียกกระบวนการนี้ว่า การกระจายความคิด (decentration) ซึ่งเป็นความสามารถของเด็กที่ต้องได้รับการพัฒนาให้เป็นไปตามลำดับขั้น เพื่อพิจารณาสิ่งต่าง ๆ จากมุมมองของผู้อื่นซึ่งประเด็นนี้ การศึกษาจะเข้ามามีบทบาทสำคัญในการจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถนี้ (อัมพร ม้าคอง. 2546 : 1-2)

ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes's Theory of Mathematics Learning)

แนวคิดของดีนส์ ส่วนมากเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีบางส่วนที่คล้ายคลึงกับของเพียเจต์ เช่น การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาท และกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ ประกอบด้วย กฎ หรือหลัก 4 ข้อ

1. กฎของภาวะสมดุล (The Dynamic Principle) กฎนี้ กล่าวว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ชั้น คือ

ชั้นที่ 1 เป็นชั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นชิ้นนั้น

ชั้นที่ 2 เป็นชั้นที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึง (Isomorphic) กับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ชั้นที่ 3 เป็นชั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ชีวิตประจำวัน

2. กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันหลายรูปแบบผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concept) ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

3. กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The mathematical variability principle) กฎข้อนี้กล่าวอ้างว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Generalization of mathematical concept) หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้อง กับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนแปลงอย่างระบบ ในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไป คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีด้านสี่ด้านและด้านตรงข้ามขนานกัน

4. กฎการสร้าง (The constructivity principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับความสร้างความรู้ ว่าผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง และจากพื้นฐานที่มั่นคงเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการเรียนการสอนบรูเนอร์ (Bruner's Theory of Instruction)

ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงการเรียนการสอนที่ดีกว่าต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ โครงสร้าง (structure) ของเนื้อหาสาระความพร้อม (readiness) ที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้ (intuition) โดยการคะเนจากประสบการณ์อย่างมีหลักเกณฑ์ และแรงจูงใจ (motivation) ที่จะเรียนเนื้อหาใด ๆ บรูเนอร์ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน (process and product approach) นอกจากนี้ ยังให้แนวคิดว่ามีมนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ ดังนี้

1. ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive stage) เช่นผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่รูปธรรม (concrete objects or manipulatives)

2. **ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic stage)** เช่น การใช้รูปภาพโดอะแกรมฟิล์มที่เป็นสื่อทางสายตา (Visual medium) ตัวอย่างการเรียนรู้ระดับนี้ เช่น ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูภาพรถ 5 คัน ในภาพที่สอง และดูภาพรถรวม 9 คัน ในภาพที่สามซึ่งเป็นภาพรวมของรถในภาพที่หนึ่ง และภาพที่สอง รถ 9 คัน ในที่นี้จากการที่ผู้สอนวางแผนให้ผู้เรียนเรียนรู้ มิใช่เกิดจากตัวผู้เรียนเอง

3. **ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic stage)** ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน $4 + 5 = 9$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่สอง

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย (Gagne's Theory of Learning)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย มีสาระสำคัญเกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากกานเยใช้คณิตศาสตร์เป็นสื่อสำหรับการใช้ทฤษฎีของเขาวธิบายการเรียนรู้ กานเยจำแนกสาระในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็น 4 ประเภท คือ

1. **ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (mathematical facts)** เป็นข้อเท็จจริงที่พบในทางคณิตศาสตร์ เช่น เครื่องหมาย (-) เป็นสัญลักษณ์สำหรับการดำเนินการหักออกหรือการลดลง

2. **ทักษะทางคณิตศาสตร์ (mathematical skill)** เป็นการกระทำตามขั้นตอนการทำงานที่ผู้เรียนทำด้วยความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะเฉพาะใด ๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ (algorithms)

3. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (mathematical skills)** เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซตมโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของสามเหลี่ยม เป็นต้น

4. **กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ (mathematical concepts)** เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันนั้นเท่ากันด้วย กานเย ได้แบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 8 ประเภท

- 4.1 การเรียนรู้สัญญาณ (signal learning)
- 4.2 การเรียนรู้สิ่งเร้า (stimulus – response learning)
- 4.3 การเรียนรู้แบบลูกโซ่ (chaining)
- 4.4 การเรียนรู้โดยใช้การสัมพันธ์ทางภาษา (verbal association)
- 4.5 การเรียนรู้แบบจำแนกความแตกต่าง (discrimination learning)
- 4.6 การเรียนมโนทัศน์ (concept learning)
- 4.7 การเรียนรู้กฎ (rule learning)
- 4.8 การเรียนการแก้ปัญหา (problem learning)

งานเย็บ เชื่อว่าการเรียนทั้ง 8 ชนิดข้างต้น เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็นลำดับ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. **ขั้นรับหรือจับใจความ (apprehending phase)** เป็นขั้นที่ผู้เรียนตระหนักถึงสิ่งเร้าที่ตนเองประสบ ทำให้รับรู้ลักษณะของสิ่งเร้าเหล่านั้น ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนอาจรับรู้ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน การเรียนรู้ในขั้นนี้จึงสามารถอธิบายได้ว่า เพราะเหตุใดเมื่อผู้สอนสอนสิ่งเดียวกันนักเรียนจึงตีความสิ่งเหล่านั้นแตกต่างกัน

2. **ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (acquisition phase)** เป็นขั้นที่ผู้เรียนรับและครอบครองความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการ ที่ตนเรียน ภายหลังจากการได้สัมผัสกับสิ่งเร้าในขั้นที่หนึ่ง

3. **ขั้นการจัดเก็บความรู้ (storage phase)** เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำหรือจัดเก็บสิ่งที่เรียนรู้มาเป็นความจำ ซึ่งมี 2 ชนิด คือ ความจำระยะสั้น (short – term memory) และความจำระยะยาว (long – term memory)

4. **ขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (retrieval phase)** เป็นขั้นที่ผู้เรียนระลึกถึงหรือดึงข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำออกมา ซึ่งขั้นตอนนี้มีความซับซ้อนทางสมองมากกว่าขั้นตอนอื่น ๆ

จากทฤษฎีแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังกล่าว พอสรุปได้ว่าทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนาการเรียนรู้ นั้น จึงจำเป็นต้องนำทั้งทฤษฎีการสอนและเหตุการณ์เรียนรู้ของผู้เรียนมาบูรณาการในการพัฒนาให้ผู้เรียนมีพัฒนาการสู่การเรียนรู้ และผู้วิจัยได้นำทฤษฎีพัฒนาการด้านสติปัญญาของเพียเจต์ มาใช้ในศึกษาคุณลักษณะของผู้เรียนในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนในการพัฒนาสติปัญญา ทฤษฎีการเรียนรู้ โดยวิธีการค้นพบของบรูเนอร์ ซึ่งพบว่า มีแนวความคิดเกี่ยวกับระดับพัฒนาการทางสติปัญญา สอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ที่เน้นว่าการเรียนรู้ของผู้เรียนเกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างร่างกาย กับสิ่งแวดล้อมใหม่ที่เหมาะสม โดยวิธีการค้นพบด้วยตนเองจากการนำเสนอกิจกรรมของครูผู้สอน ทฤษฎีการเรียนรู้ของงานเย็บ ในด้านแนวคิดการเรียนรู้เป็นสมรรถภาพที่คงทน และเกิดขึ้นเมื่อสิ่งเร้าที่มากระตุ้นมีความสอดคล้องกับความรู้เดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ ทฤษฎีการเรียนรู้คอนสตรัคติวิสต์ เป็นแนวคิดที่รวมเอาแนวคิดทฤษฎีที่กล่าวมาบูรณาการโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ได้มีแนวคิดที่ว่าความรู้เป็นสิ่งที่ปลูกสร้างขึ้นโดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ ซึ่งการเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก

หลักการสอนคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ได้กล่าวหลักการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน

ดังนี้

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 24-25) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คำนึงถึงความพร้อมของเด็กโดยครูต้องทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกันจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนเพิ่มขึ้น

2. จัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ ความสามารถของเด็ก

3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลในการเรียนคณิตศาสตร์

4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มเป็นพื้นฐาน

ในการเรียนต่อไป

5. การสอนควรเป็นไปตามลำดับขั้น เริ่มจากประสบการณ์ที่ง่ายก่อน
 6. การสอนแต่ละครั้งมีจุดประสงค์ที่แน่นอน
 7. เวลาที่ใช้ในการสอนควรเป็นระยะเวลาที่เหมาะสม ไม่มากเกินไป
 8. ควรจัดกิจกรรมที่ยืดหยุ่นให้เด็กได้มีโอกาสเลือกกิจกรรมตามความพอใจ และความถนัดของตนให้อิสระ ปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อการเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
 9. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสร่วมวางแผนกับครู มีส่วนร่วมในการศึกษา ค้นคว้า
 10. กิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนาน บันเทิง ไปพร้อมกับการเรียนรู้
 11. การประเมินผลการเรียนการสอน เป็นกระบวนการต่อเนื่องและเป็นส่วนหนึ่งของการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม อันจะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียน และการสอนของครู
 12. ไม่ควรจำกัดวิธีการคำนวณหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรแนะนำวิธีคิดอย่างรวดเร็ว และแม่นยำในภายหลัง
 13. ฝึกให้นักเรียนรู้จักตรวจคำตอบด้วยตนเอง
- ยุพิน พิพิธกุล (2540: 40-50) ได้กล่าวถึงหลักการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้
1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก
 2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบได้
 3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดให้รวบรวมเรื่องที่เกี่ยวข้องกันเข้าเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้เด็กเข้าใจและจำได้แม่นยำมากขึ้น เปลี่ยนวิธีการสอนไม่ซ้ำซาก น่าเบื่อหน่าย ต้องรู้จักสอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
 4. ใช้ความสนใจของเด็กเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงบันดาลใจที่จะเรียน
 5. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส
 6. ควรจะคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเกิดที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องต่อยอดกับกิจกรรมเดิม
 7. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
 8. ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้างไม่ใช่เน้นเนื้อหา
 9. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป การสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม
 10. สอนให้นักเรียนสามารถสรุปความคิดรวบยอด หรือแนวคิด (Concept) ให้นักเรียนได้คิดสรุปเอง ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้
 11. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น
 12. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ
 13. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อที่จะนำสิ่งที่แปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียนและผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่ศรัทธาในอาชีพของตนเอง จึงจะทำให้สอนได้ดี

กฤษฎา ศรีชนะ (2537: 18-20) ได้กำหนดหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้หลายประการดังต่อไปนี้

1. จัดให้มีการเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ ความพร้อมทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นพื้นฐานของการเริ่มบทเรียนและเป็นพื้นฐานจะเรียนต่อไป ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องเตรียมเด็กให้มีความพร้อม

2. จัดเนื้อหาโครงสร้างของคณิตศาสตร์ให้ต่อเนื่องกัน ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษา หรือถึงระดับมหาวิทยาลัย

3. การสอนเนื้อหาใหม่จะต้องเป็นประสบการณ์ และเนื้อหาต่อเนื่องกับประสบการณ์และความรู้เดิมของผู้เรียน ผู้เรียนจะต้องเห็นความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ เพราะความคิดความเข้าใจจากประสบการณ์เดิมจะช่วยให้ผู้เรียนมีเหตุผล มีความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

4. การสอนต้องมีระบบที่ต้องเรียนไปตามลำดับขั้น คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ต้องมีระบบต้องเรียนไปตามลำดับขั้นตอนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจและมีทักษะเบื้องต้นตามที่ต้องการ

5. ควรใช้สื่อการสอนเนื่องจากสื่อการสอนเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ เนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น รวดเร็วขึ้น เกิดการเรียนรู้ที่ถาวร

6. จัดการเรียนการสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับก่อนประถมศึกษาควรเริ่มจากของจริงไปสู่สัญลักษณ์ (Symbol)

7. ใช้สัญลักษณ์ใหม่ ๆ แทนความหมายของเรื่องราวและถ้อยคำคณิตศาสตร์ ปัจจุบันเน้นคณิตศาสตร์ ในลักษณะที่เป็นนามธรรม ดังนั้น การเริ่มการสอนจะต้องให้เข้าใจเนื้อหาแต่ละเรื่องเป็นอย่างดีแล้ว จึงใช้สัญลักษณ์หรือถ้อยคำที่เป็นภาษาคณิตศาสตร์

8. ส่งเสริมให้นักเรียนค้นคว้าหาหลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

9. ใช้วิธีอุปนัยในการสรุปหลักเกณฑ์และบทเรียนแล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีนิรนัย

10. เน้นความเข้าใจมากกว่าการจำ

11. จัดการสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวรเมื่อผู้เรียนได้แนวคิดที่ถูกต้องแล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัด

12. มีเทคนิคในการช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจคณิตศาสตร์

13. ควรจัดบทเรียนให้เหมาะสมกับนักเรียน

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าว จะเห็นว่าการสอนคณิตศาสตร์จะต้องมีการเตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียน เนื้อหาต้องเหมาะสมกับวัย สอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยากมีเทคนิควิธีการสอนที่ไม่น่าเบื่อหน่าย ช้าชาก กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม โดยใช้สื่อการเรียนรู้ที่มีคุณภาพ โดยคำนึงถึงความสามารถและความต้องการของผู้เรียนเป็นสำคัญ เน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจ สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีความสุข

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในโรงเรียนมีจุดประสงค์ เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้ ความเข้าใจ ความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนำความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตประจำวัน ดังทฤษฎีของเพียเจต์ (ทึศนา แซมณี. 2545: 13) ที่กล่าวว่าพัฒนาการทางสติปัญญาเป็นผลจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อม โดยบุคคลพยายามปรับตัวให้อยู่ในสภาวะสมดุลด้วยการใช้กระบวนการดูดซึม (assimilation) และกระบวนการปรับให้เหมาะสม (accommodation) จนทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยเริ่มจากการสัมผัสต่อมาจึงเกิดความคิดทางรูปธรรมและพัฒนาไปเรื่อย ๆ จนเกิดความคิดที่เป็นนามธรรม และความรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่เด็กสามารถสร้างขึ้นเองได้จากการปฏิสัมพันธ์กับสภาพแวดล้อมโดยตรงและสามารถเกิดการเรียนรู้ได้ดีกว่าการให้นักเรียนรู้จากการหยั่งคิดภายใน

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 56) ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนของครู ไว้ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือ พร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และความพร้อมในแง่ความรู้ที่จะมาต่อเนื่อกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมองเห็นความสำคัญของสิ่งที่เรียนได้
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการความสนใจและความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาในภายหลัง
3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถแต่ละคน
5. วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้นตอนการสอน เพื่อสร้างความคิดความเข้าใจในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสน จะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน ต้องเป็นไปตามขั้นตอนที่วางไว้
6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่ากิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์
7. เวลาที่ใช้ในการสอนควรจะใช้เวลาพอสมควรไม่นานจนเกินไป
8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่มีการยืดหยุ่น เพื่อเปิดโอกาสให้เด็กเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตนเองและให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก
9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการสอน และเป็นไปตามความพอใจของเด็ก
10. การสอนคณิตศาสตร์จะดีถ้าเด็กมีการทำงานร่วมกัน หรือมีส่วนในการค้นคว้า
11. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามไปแก่เด็ก

12. นักเรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในระหว่างอายุ 7 - 12 ปี จะเรียนได้ดีเยี่ยมเมื่อเริ่มเรียน โดยครูใช้ของจริงหรืออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มีใบเรียนแบบจำอย่างเดียวกันดังเช่นการสอนในอดีตที่ผ่านมาทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของครู

14. ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะนำวิธีคิดที่รวดเร็วและแม่นยำให้ภายหลัง

15. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจสอบคำตอบด้วยตัวเอง

ประไพ อุดมทัศนีย์ (สันทนา เปี่ยมฤกษ์. 2549: 15 อ้างอิงจาก ประไพ อุดมทัศนีย์. 2535: 43 – 44) ได้ให้แนวคิดว่าการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึง มีดังนี้

1. ทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่ต้องใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ถ้าผู้เรียนยังไม่มีพื้นฐานความรู้เรื่องใด ควรจัดสอนทบทวนก่อน

2. สอนเนื้อหาใหม่ โดยพิจารณาจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน กิจกรรมอาจจัดโดยใช้ของจริง หรือรูปภาพ ก่อนจะเชื่อมโยงกับการใช้สัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

3. ฝึกทักษะ เมื่อผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอนใหม่แล้ว ควรจัดให้ฝึกทักษะโดยใช้โจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน บัตรงาน หรือโจทย์ที่ครูสร้างขึ้นเอง โจทย์ที่นำมาฝึกทักษะควรเป็นทั้งโจทย์ที่เน้นเฉพาะทักษะการคิดคำนวณ และโจทย์ปัญหาควรเป็นโจทย์ที่มีความยากง่ายพอเหมาะ สำหรับโจทย์ที่ยากควรให้เป็นปัญหาชวนให้คิดที่ผู้เรียนอาจทำหรือไม่ทำก็ได้ ในการฝึกทักษะครูควรพิจารณาปริมาณงานที่จะทำให้ผู้เรียนไปทำเป็นการบ้านด้วย และสำหรับผู้เรียนที่ทำแบบฝึกหัดผิดเพียงเล็กน้อย ครูอาจพิจารณา ให้ผู้เรียนแก้ไขข้อผิดพลาดในข้อที่ทำผิดนั้นๆ โดยไม่ต้องแก้ไขใหม่ทั้งข้อเพื่อไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย

4. การประเมิน การทดสอบว่าผู้เรียนมีความรู้ในเรื่องที่สอนไปหรือไม่นั้น ครูอาจทดสอบโดยให้ผู้เรียนปฏิบัติหรืออาจใช้ข้อสอบก็ได้ ทั้งนี้ให้พิจารณาตามความเหมาะสมของเนื้อหาในกรณีที่ทดสอบครูควรสร้างข้อสอบให้วัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาจศึกษาแนวในการสร้างข้อสอบจากตัวอย่าง ข้อสอบในหนังสือคู่มือครู ข้อสอบควรมีความยากง่ายปานกลาง ทั้งนี้เพราะจุดประสงค์ในการวัดเพื่อให้ทราบว่า ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ ไม่ได้ต้องการทดสอบเพื่อวัดความเก่งของผู้เรียน

5. การซ่อมเสริม ในกรณีที่ผู้เรียนสอบไม่ผ่านตามเกณฑ์การประเมินผลรายจุดประสงค์ครูต้องจัดการสอนซ่อมเสริมสำหรับจุดประสงค์ที่ไม่ผ่านนั้น โดยจะต้องวิเคราะห์จากการทำข้อสอบของผู้เรียนว่าสาเหตุที่ผู้เรียนไม่ผ่านจุดประสงค์เป็นเพราะเหตุใดบ้าง สำหรับวิธีสอนซ่อมเสริมนั้นทำได้หลายวิธี ครูควรพิจารณาเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสาเหตุที่ผู้เรียนสอบไม่ผ่านจุดประสงค์ตามที่วิเคราะห์ไว้ เช่น หากพบว่าผู้เรียนมีปัญหาด้านทักษะการคิดคำนวณครูอาจต้องให้ฝึกการคิดคำนวณแบบนั้น ๆ เพิ่มเติม หรือหากพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจ สำหรับเอกสารที่ใช้ในการสอนซ่อมเสริมนั้นนอกจากหนังสือแล้วครูอาจพัฒนาเอกสารขึ้นมาเองก็ได้

ลำดับขั้นตอนการสอนดังกล่าวข้างต้นเป็นหลักกว้าง ๆ สำหรับครูจะได้นำไปเป็นแนวทางในการวางแผนการสอน ซึ่งครูสามารถเพิ่มเติมขั้นตอนปลีกย่อยได้อีกตามที่เห็นสมควรว่าจะช่วยให้การสอนได้ผลดีบรรลุตามจุดประสงค์ของหลักสูตร

สุลัดดา ลอยฟ้า ดวง โชติสุภาพ. 2542: 31 (อ้างอิงจาก สุลัดดา ลอยฟ้า. 2538) ได้เสนอแนะแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ดังนี้

1. เนื้อหาเหมาะกับวัยและความเหมาะสมของผู้เรียน
 2. เน้นการมีส่วนร่วมของผู้เรียน
 3. เน้นการแสดงความคิดเห็นและความคิดสร้างสรรค์
 4. การให้ข้อมูลย้อนกลับ
 5. เชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาในชีวิตประจำวัน
 6. ผู้เรียนทราบเป้าหมายของกิจกรรม
 7. เน้นการปฏิบัติจริง หรือนำประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน เป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอน
- ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 7) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่า
1. ให้ผู้เรียนได้เข้าใจพื้นฐานของคณิตศาสตร์ รู้จักใช้ความคิดริเริ่ม รู้เหตุและรู้ถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
 2. การเรียนรู้ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่ป็นรูปธรรมให้ได้มากที่สุด
 3. ความเข้าใจต้องมาก่อนทักษะความชำนาญ
 4. ความเข้าใจอย่างเดียวนั้นเพียงพอต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีทักษะความชำนาญ
 5. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะ การสังเกต ความคิดตามลำดับเหตุผล แสดงออกถึงความรู้นักคิดอย่างมีระบบระเบียบ ง่าย สั้น กระชับ ชัดเจน สื่อความหมายได้มีความละเอียดถี่ถ้วน
 6. เน้นการศึกษาและเข้าใจเหตุผลโดยให้ใช้ทฤษฎีการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เข้าใจ และค้นพบตัวเอง เกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดการประยุกต์ใช้ได้โดยไม่ต้องเรียนโดยการจดจำหรือเลียนแบบจากครูเท่านั้น
 7. ให้ผู้เรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์ รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ หรือวิชาอื่นต่อไป
 8. การสอนคณิตศาสตร์ ไม่ควรเป็นเพียงการบอก ควรใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิด และค้นพบหลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงต่าง ๆ ด้วยตนเอง เคยชินต่อการแก้ปัญหา อันจะเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะในกระบวนการคิด แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่จะให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น ผู้สอนจำเป็นต้องนำเทคนิคในการสอนมาใช้อย่างหลากหลาย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนรู้ และสามารถที่จะใช้ศักยภาพของตนเองได้อย่างเต็มที่ในการจัดกิจกรรม ครูควรใช้เทคนิคการสอนที่สอดคล้องกับเนื้อหา ความแตกต่างของนักเรียนและความสามารถในการใช้วิธีการสอนของตนเองด้วย จึงจะทำให้การเรียนการสอนประสบผลสำเร็จรวมทั้งสภาพแวดล้อมของห้องเรียนเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้ของนักเรียน

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรกระบวนการการเรียนรู้และการวัดผลประเมินผลมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอน เป็นอย่างยิ่งการบูรณาการสิ่งเหล่านี้เข้าด้วยกัน จะส่งผลให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีคุณค่าต่อผู้เรียนและช่วยให้การจัดการเรียนการสอนในสถานศึกษาประสบความสำเร็จยิ่งขึ้น

การบูรณาการเนื้อหาสาระตามหลักสูตร กระบวนการเรียนรู้และการวัดผลประเมินผลเข้าด้วยกัน จะต้องพิจารณาประเด็นสำคัญต่อไปนี้

1. ความสอดคล้องระหว่างแนวทางการวัดผลประเมินผลของสถานศึกษากับสาระการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความต้องการของท้องถิ่น ความเหมาะสมของวัย ระดับพัฒนาการ ประสบการณ์ของผู้เรียน และแผนการจัดการเรียนรู้

2. กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนการสอนและแนวทางการวัดผลประเมินผลที่หลากหลาย และเหมาะสมต่อความรู้ความสามารถของผู้เรียน

3. การมีส่วนร่วมของผู้เรียน และผู้เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาของสถานศึกษา ในการจัดทำ กรอบการวัดผลประเมินผล เกณฑ์การให้ระดับคุณภาพและดำเนินการวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ ตามมาตรฐานที่กำหนด

3.1 จุดประสงค์ของการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ การวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการ ที่ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดการ เรียนการสอนโดยมีจุดประสงค์ 2 ข้อ ดังนี้

3.1.1 เพื่อการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา หรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลประเมินผลจะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้ เพื่อจัดกลุ่มผู้เรียน และจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจและความสามารถของผู้เรียน

3.1.2 เพื่อใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลสารสนเทศในการวางแผนบริหารจัดการศึกษาของ สถานศึกษา การกำหนดนโยบายและพัฒนาหลักสูตรต่าง ๆ

3.2 หลักการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศ ซึ่งแสดงถึงพัฒนาการ และความก้าวหน้าในการเรียนรู้โดยมีหลักการ ดังนี้

3.2.1 การวัดผลประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัด กิจกรรมการเรียน การสอนครูผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งเร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม ในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหาส่งเสริมให้เกิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3.2.2 การวัดผลประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียน ที่ระบุไว้ในมาตรฐาน การเรียนรู้และต้องสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็น แนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีวัดผลประเมินผล เพื่อใช้ตรวจสอบว่า ผู้เรียนได้บรรลุการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละเรื่อง ให้ผู้เรียนทราบโดยทางตรงหรือทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนปรับปรุงตนเอง

3.2.3 การวัดผลประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความถนัด ทักษะกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ตามสาระการเรียนรู้ที่จัดไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา

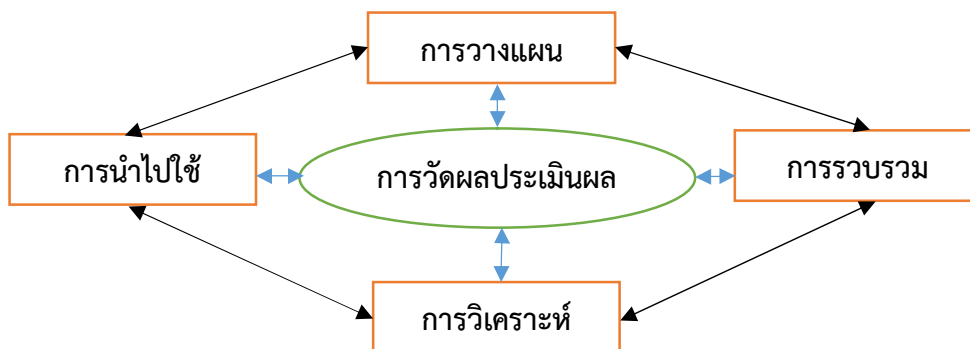
3.2.4 การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต้องช่วยให้ได้ข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน

ซึ่งสามารถทำได้ โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ทำ เป็นการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำ แฟ้มสะสมผลงาน การทำโครงการ รวมทั้งให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเองและนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยให้ผู้สอนได้มีข้อเสนอแนะเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วน

3.2.5 การวัดผลประเมินผล เป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้น ในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมิน มาใช้ในการวางแผน การจัดการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผล อย่างสม่ำเสมอ และนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน

3.3 ขั้นตอนการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีขั้นตอนและวิธีการที่หลากหลาย และแตกต่างกัน ตามความต้องการของผู้ประเมิน ทั้งนี้เป็นการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ แสดงดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 ขั้นตอนการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546 : 15

จากความสัมพันธ์ของแต่ละด้านดังกล่าว มีรายละเอียดที่ต้องพิจารณาดังนี้

1. การวางแผนวัดผลประเมินผลโดยผู้สอน ผู้เรียนและผู้เกี่ยวข้องร่วมกันกำหนดรายละเอียด สำคัญที่ประกอบด้วย

- 1.1 จุดประสงค์ของการนำข้อมูลสารสนเทศที่ได้จากการวัดผลประเมินผล
- 1.2 กรอบของสาระการเรียนรู้และทักษะ/กระบวนการที่ต้องการวัดผลประเมินผล
- 1.3 การเก็บรวบรวมวิเคราะห์ข้อมูล
- 1.4 เกณฑ์การตัดสินสมรรถภาพของผู้เรียน
- 1.5 รูปแบบที่ใช้ในการสรุป ตัดสินและรายงานผล

2. การเก็บรวบรวมข้อมูลในการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึง การประเมินผลควบคู่ ไปกับการใช้เครื่องมือวัดผลประเมินผลที่เหมาะสม เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลให้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ ทั้งผู้สอน และผู้เกี่ยวข้องจะต้องสร้างเครื่องมือวัดผลประเมินผลที่หลากหลายตามสภาพจริงมีการกำหนด

เกณฑ์การให้คะแนนที่สอดคล้องกับการประเมินสมรรถภาพของผู้เรียน ทั้งด้านความรู้ ความคิด ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้สอนจะต้องนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่มตามประเภทของงาน และตามมาตรฐานการเรียนรู้ พร้อมทั้งจัดเก็บข้อมูลรวบรวมไว้เป็นหลักฐาน

4. การนำผลไปใช้ ผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องสามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ไปใช้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

3.4 แนวทางการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกระบวนการตรวจสอบคุณภาพของผู้เรียน ด้วยวิธีการที่หลากหลายซึ่งอาจเน้นด้านความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เพียงพอและตรงตามความเป็นจริงแล้ว จึงประเมินข้อมูลที่ได้ เพื่อสรุปผลงานที่ผู้เรียนปฏิบัติตามสภาพจริงที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

3.5 เกณฑ์การวัดผลประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์

การประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพจะต้องสอดคล้องกับการจัดการเรียน การสอน และเกณฑ์ที่กำหนดไว้อย่างเที่ยงตรง และครอบคลุมมาตรฐานการเรียนรู้ โดยเน้นการประเมินตามสภาพจริง เพื่อให้สามารถวัดสมรรถภาพของผู้เรียนได้ตรงตามความเป็นจริง (กรมวิชาการ 2544: 206)

จากที่กล่าวมาการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่าการวัดผลและประเมินผล ควรใช้วิธีการที่หลากหลาย ที่สอดคล้อง และที่เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ของการวัดและประเมิน เช่น การวัดผลตามสภาพจริง การวัดผลโดยการสังเกต การวัดผล เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องของผู้เรียน เป็นต้น

3. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์

ความหมายของการคิดวิเคราะห์

การคิดวิเคราะห์ (Critical Thinking) พจนานุกรมฉบับเฉลิมพระเกียรติ (2546: 492) กล่าวว่า คำว่าคิด หมายถึง นึกคิดระลึกตรึกตรองส่วน คำว่าวิเคราะห์ หมายถึงว่าดูสิ่งใดใคร่ครวญอย่างละเอียด รอบครอบในเรื่องราวต่าง ๆ อย่างมีเหตุผลโดยหาส่วนดีส่วนบกพร่องหรือจุดเด่นจุดด้อยของเรื่องนั้น ๆ แล้วเสนอแนะสิ่งที่ดีที่เหมาะสมอย่างยุติธรรมการคิดวิเคราะห์เป็นการคิดพิจารณาใคร่ครวญ อย่างละเอียด รอบครอบ ในเรื่องราวต่าง ๆ อย่างมีเหตุผลโดยหาส่วนดี ส่วนบกพร่อง หรือจุดเด่น จุดด้อย เรื่องนั้น ๆ และเสนอแนะสิ่งที่ดี ที่เหมาะสมนั้นอย่างยุติธรรม

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการคิดไว้ดังนี้

Bloom, 2012 (อ้างถึงในล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2539: 41-44) ให้ความหมาย การคิดวิเคราะห์เป็นความสามารถในการแยกแยะ เพื่อหาส่วนย่อยของเหตุการณ์เรื่องราวหรือเนื้อหา ต่าง ๆ ว่าประกอบด้วยอะไร มีความสำคัญอย่างไร อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล และที่เป็นอย่างนั้น อาศัยหลักการของอะไร

ดีวี่ (Dewey, 1933: 17) กล่าวว่า การคิดเป็นเครื่องมือช่วยให้มีความสามารถมองเห็นการณ์ไกล และควบคุมการกระทำของมนุษย์ให้รู้จักใคร่ครวญถึงทางเลือกและผลที่เกิดขึ้น ทำให้มีสติอยู่ตลอดเวลา

Dewey, 2013 (อ้างถึงในชานาญ เอี่ยมสำอาง, 2539: 51) ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์ หมายถึง การคิดอย่างใคร่ครวญไตร่ตรอง โดยอธิบายขอบเขตการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นการคิดที่เริ่มต้นจากสถานการณ์ที่มีความยุ่งยาก และสิ้นสุดลงด้วยสถานการณ์ที่มีความชัดเจน

กู๊ด (Good, 1973, p. 680) กล่าวว่า เป็นการคิดอย่างรอบคอบ มีหลักฐานอ้างอิง เพื่อหาข้อสรุปที่น่าจะเป็นไปได้ พิจารณาองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องทั้งหมด และใช้กระบวนการทางตรรกวิทยาได้อย่างถูกต้อง สมเหตุสมผล นอกจากนั้น

ทิสนา เขมมณี และคณะ (2543, น. 401) กล่าวว่า การคิดวิเคราะห์ หมายถึง การคิดที่ต้องใช้คำตอบ แยกแยะข้อมูล และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่แยกแยะนั้นหรืออีกนัยหนึ่ง คือการเรียนรู้ในระดับที่ผู้เรียนสามารถจับได้ว่าอะไรเป็นสาเหตุ เหตุผล หรือแรงจูงใจ ที่อยู่เบื้องหลังปรากฏการณ์ใด ปรากฏการณ์หนึ่ง เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2549, น. 2) ให้ความหมายของการคิดวิเคราะห์ว่าเป็นความสามารถในการจำแนก แจกแจงและแยกแยะองค์ประกอบต่าง ๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งซึ่งอาจจะเป็นวัตถุสิ่งของเรื่องราวหรือเหตุการณ์และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อค้นหาสาเหตุที่แท้จริงของสิ่งที่เกิดขึ้น

สุวิทย์ มูลคำ (2547: 9) ให้ความหมายของการวิเคราะห์ และการคิดวิเคราะห์ว่าการวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง การจำแนก แยกแยะ องค์ประกอบของสิ่งใด สิ่งหนึ่งออกเป็นส่วนๆ เพื่อค้นหาว่ามีองค์ประกอบย่อย ๆ อะไรบ้าง ทำมาจากอะไร ประกอบขึ้นมาได้อย่างไรและมีความเชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างไร การคิดวิเคราะห์ (Analytical thinking) หมายถึงความสามารถในการจำแนก แยกแยะองค์ประกอบต่าง ๆ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งอาจจะเป็วัตถุสิ่งของเรื่องราวหรือเหตุการณ์และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อค้นหาสภาพความเป็นจริงหรือสิ่งสำคัญของสิ่งที่กำหนดให้

กัญญา สิทธิศุภเศรษฐ์ (2548, น. 30) ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์ ว่าหมายถึงความสามารถในการจำแนก แยกแยะ หรือรวบรวมข้อมูลให้เป็นระบบและสามารถสืบค้นข้อเท็จจริงในการเปรียบเทียบเห็นความสัมพันธ์และให้เหตุผลได้

ศรีวัลย์ กาญจนคุหา (2548, น. 25) ให้ความหมายการคิดวิเคราะห์ว่า หมายถึง ความสามารถในการจำแนกจำแนก แยกแยะ มองเห็น มองออก จากการอ่านเรื่องราว เหตุการณ์และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผลระหว่างองค์ประกอบเหล่านั้น เพื่อค้นหาสภาพความเป็นจริงหรือสิ่งสำคัญของสิ่งที่กำหนดให้ ราชบัณฑิตยสถาน (2554:251, 1071) ให้ความหมายคำว่า “คิด” หมายความว่าทำให้ปรากฏเป็นรูปหรือประกอบให้เป็นรูปหรือเป็นเรื่องขึ้นในใจใคร่ครวญ ไตร่ตรอง คาคคเน คำนวน มุ่งจงใจตั้งใจส่วนคำว่า “วิเคราะห์” มีความหมายว่า ใคร่ครวญ แยกออกเป็นส่วน ๆ เพื่อศึกษาให้ถ่องแท้ ดังนั้นคำว่า คิดวิเคราะห์ จึงมีความหมายว่าเป็นการใคร่ครวญ ตรึกตรอง อย่างละเอียดรอบคอบแยกเป็นส่วน ๆ ในเรื่องราวต่าง ๆ อย่างมีเหตุผล โดยหาจุดเด่น จุดด้อย ของเรื่องนั้น ๆ และเสนอแนะสิ่งที่เหมาะสมอย่างมีความเป็นธรรมและเป็นไปได้ ดังนั้นการพัฒนาคุณภาพการคิดวิเคราะห์จึงสามารถกระทำได้ โดยการฝึกทักษะการคิด และให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินการคิดวิเคราะห์สามารถเสนอความคิดของตนและอภิปรายร่วมกันในกลุ่มอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ โดยครูและนักเรียนต่างยอมรับเหตุผลและความคิดของแต่ละคน โดยเชื่อว่าไม่มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปความหมายของการคิดวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการสืบค้นข้อเท็จจริง พิจารณาแยกแยะส่วนย่อย ๆ ของเหตุการณ์หรือเรื่องราว นำมาจัดกลุ่มหาข้อมูลฐานความสัมพันธ์เชิงเหตุผล ระหว่างองค์ประกอบของข้อเหล่านั้น เพื่อค้นหาคำตอบที่สามารถสรุปได้อย่างแท้จริงและสมเหตุสมผล

แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวกับการคิดวิเคราะห์

การคิดเป็นกระบวนการทางสมองของมนุษย์ซึ่งมีศักยภาพสูง เป็นส่วนที่ทำให้มนุษย์แตกต่างจากสัตว์โลกอื่น ๆ ตั้งแต่อดีตนั้น มนุษย์ในแต่ละยุคแต่ละสมัยต่างก็ได้พยายามคิดค้นหาคำอธิบายเกี่ยวกับการคิด ซึ่งมักแฝงอยู่ในเรื่องของการเรียนรู้ การศึกษาแนวคิดในอดีต นอกจากจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่สามารถช่วยให้เกิดความเข้าใจในแนวคิดใหม่ ๆ แล้ว ยังเป็นการพัฒนาภูมิปัญญาของนักคิดในอดีตที่ทรงคุณค่านำมาสู่การเรียนรู้ของมนุษย์ ทฤษฎี หลักการ และแนวคิดที่สำคัญ ดังนี้

บลูม (Bloom, 1961:6, 9, 201, 207 อ้างถึงใน ทิศนา เขมณี และคณะ, 2544: 11-13) ได้จำแนก ดังนี้ Hunter Hayes การจัดให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในระดับใดหรือหลายระดับขั้น ขึ้นอยู่กับเนื้อหาสาระที่เป็นองค์ความรู้ เช่น จุดมุ่งหมายการเรียนรู้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับข้อมูลเศรษฐกิจเสนอในรูปแบบ กราฟ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในข้อมูลดังกล่าว อาจต้องประสานข้อมูลความรู้ในลักษณะรูปแบบต่าง ๆ เช่น การจัดจำพวกการแปล การตีความหมาย การประยุกต์ การวิเคราะห์ส่วนย่อยและความสัมพันธ์ เพื่อการสร้างความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ สู่การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินผลตามจุดมุ่งหมายของการศึกษาของบลูม โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการวิเคราะห์จะส่งผลให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ในเชิงสร้างสรรค์ เพราะเป็นการพัฒนาความสามารถในระดับการมีเหตุผล และเป็นการเรียนรู้ที่คงทนของแต่ละบุคคลแม้จะจำรายละเอียด ขอบความรู้ไม่ได้ นักเรียนจึงต้องเรียนรู้วิธีการวิเคราะห์ และภายใต้สภาวะใดที่จะต้องนำความสามารถด้านการวิเคราะห์ มาใช้สำหรับการประเมินผลเป็นระยะ จะนำไปสู่การปรับปรุงของทั้ง 3 กระบวนการ คือ กระบวนการสร้างหลักสูตร การสอน การเรียนรู้ เพื่อพยายามหาวิธีการลดผลกระทบเชิงลบ เพิ่มวิธีการบรรลุวัตถุประสงค์ การศึกษาอย่างมีคุณค่า (Bloom, 1971 : 38, 40, 118, 178)

บลูม (Bloom, 1971. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning; Arcaro, 1995 : 39-40, 60, 67) ได้มีการจัดลำดับความสามารถทางการคิดของบุคคลเป็น 6 ระดับ โดยเริ่มจาก 1) ความรู้พื้นฐานดั้งเดิมเกี่ยวกับเรื่องนั้น 2) ความเข้าใจข้อเท็จจริงในเรื่องนั้น 3) การนำข้อเท็จจริงนั้นไปแก้ปัญหาหรือนำไปใช้ในเรื่องอื่น 4) การวิเคราะห์ทดสอบข้อเท็จจริงในความสัมพันธ์หรือสถานการณ์ที่แตกต่างกัน 5) การสังเคราะห์สิ่งใหม่หรือการสร้างความคิดใหม่ที่อยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในข้อเท็จจริง และ 6) การประเมินคุณค่าของข้อมูลความคิด จึงเป็นเรื่องดีถ้านักเรียนมีความคาดหวังสูงกว่าคาดหวังต่ำ และนำไปปฏิบัติให้เป็นจริง นักเรียนทุกคนสามารถมีส่วนร่วมในการกำหนดวิสัยทัศน์ ภารกิจ เป้าหมาย การตัดสินใจและการแก้ปัญหาร่วมกัน เพราะในแต่ละระดับเมื่อนักเรียนเกิดความคล่องตัวจะเกิดการตื่นตัวขึ้นสู่ระดับที่สูงขึ้น นักเรียนจะมีความเชี่ยวชาญเพิ่มขึ้น และสามารถคิดในระดับสูงได้ในที่สุด (Nowieki; & Meehan, 1996 : 16)

ความสามารถทางการคิดของบุคคลของบลูม ในระดับการคิดวิเคราะห์เป็นทักษะการคิดระดับพื้นฐานของนักเรียนสู่ความสามารถทางการคิดในระดับสูง เพราะนักเรียนจะเข้าใจเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างชัดเจนผ่านกระบวนการวิเคราะห์หน่วยย่อย การวิเคราะห์ความสัมพันธ์และการวิเคราะห์หลักการ โดยนักเรียนสามารถวิเคราะห์ประเด็นต่าง ๆ จากส่วนย่อยสู่ส่วนใหญ่ และเชื่อมความสัมพันธ์ของประเด็นต่าง ๆ เข้าด้วยกันจนสามารถสรุปอย่างเป็นหลักการโดยมีเหตุผลรองรับ ผู้วิจัยจึงศึกษาวิเคราะห์ทฤษฎีการคิดของบลูม ในระดับการคิดวิเคราะห์ ผู้วิจัยได้นำทฤษฎีการคิดของบลูม บูรณาการกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ เพื่อสังเคราะห์ทักษะการคิดสำหรับงานวิจัยนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) ได้กล่าวถึง พัฒนาการด้านสติปัญญาของคนในแต่ละช่วงวัย ศิริกาญจน์ โกสุมภ์ และดารณี คำวังนัง (2545: 22) ดังนี้

1. ชั้นประสาทรับรู้และการเคลื่อนไหว (ช่วงแรกเกิด-2 ขวบ) ช่วงนี้เด็กจะมีพัฒนาการ 6 ชั้น คือ

1.1 อายุแรกเกิดถึง 1 เดือน ชั้นปฏิบัติการสะท้อน พฤติกรรมที่พบได้ในช่วงนี้ ได้แก่ การมอง การกำมือ การเตะเท้า การใช้มือไขว่คว้า ที่เห็นชัดที่สุด คือ การดูด เด็กจะถูกสิ่งต่าง ๆ ที่มาสัมผัสริมฝีปากทันที ซึ่งเพียเจต์ถือว่าเป็นกิจกรรมหนึ่งที่ได้ริเริ่มทำด้วยตนเอง

1.2 อายุ 1-4 เดือน ชั้นปฏิบัติการเวียนซ้ำขั้นปฐม พฤติกรรมที่พบคือ เด็กจะทำกิจกรรมใหม่ ๆ บางอย่างโดยบังเอิญ แล้วพยายามทำซ้ำ เช่น เมื่อเด็กเอามือแตะที่ปากเด็กจะดูดนิ้วมือของตนเอง ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นโดยไม่ตั้งใจ แต่ต่อมาเขาก็มีพฤติกรรมนี้ซ้ำอีกแม้ไม่อาจบังคับมือให้เข้าปากได้ก็จะแกว่งแขนไปมา หรือเอามือตีเข้าที่หน้าใกล้กับปากของเขา ซึ่งเพียเจต์อธิบายว่าเด็กเริ่มมีการผสมผสานการกระทำสองอย่างนี้เข้าด้วยกัน คือ การประสานพฤติกรรมการมองกับการเคลื่อนไหวของมือเข้าด้วยกัน

1.3 อายุ 4-10 เดือน ชั้นปฏิบัติการเวียนซ้ำขั้นที่ 2 เป็นพฤติกรรมที่จะกระทำซ้ำ ๆ ต่อสิ่งภายนอกตัวเขาอย่างจงใจ หรือมีจุดมุ่งหมาย ซึ่งเพียเจต์สังเกตเห็นบุตรของเขาที่กำลังนอนอยู่ในเปลยกเท้าขึ้นถีบตุ๊กตาที่แขวนอยู่ให้แกว่งไปมา เมื่อตุ๊กตาแกว่งเด็กก็หยุดจ้องด้วยความสนใจ สักครู่ก็ทำเช่นเดิมอีก เป็นต้น พฤติกรรมขั้นนี้ต่างจากชั้นปฏิบัติการเวียนซ้ำขั้นปฐม เพราะขั้นนี้เด็กสนใจที่จะกระทำต่อสิ่งเร้ารอบตัวมากกว่าสนใจวัยวะของตนเอง และพฤติกรรมที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ นับเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นอย่างจงใจ และมีจุดมุ่งหมายกว่าการเกิดขึ้นโดยบังเอิญ

1.4 อายุ 10-12 เดือน ขั้นนี้เด็กสามารถแยกแยะรายละเอียดของกิจกรรมที่เขาแสดงออกได้มากขึ้น สามารถเรียนรู้ที่จะประสานการกระทำ 2 อย่างที่แตกต่างกันเข้าด้วยกัน เพื่อให้ได้ผลลัพธ์บางอย่าง

1.5 อายุ 12-18 เดือน ชั้นปฏิบัติการเวียนซ้ำขั้นที่ 3 เป็นขั้นที่เด็กสามารถประสานกิจกรรมทางกล้ามเนื้อหลาย ๆ ส่วน และทำซ้ำเพื่อให้เกิดผลลัพธ์ที่แตกต่างกันออกไป

1.6 อายุ 18-24 เดือน ขั้นนี้เด็กเริ่มคิดในใจก่อนทำโดยไม่ได้ใช้วิธีการลองผิดลองถูกเหมือนขั้นตอนที่ 1.5 นอกจากนี้เด็กยังสามารถเลียนแบบโดยไม่จำเป็นต้องมีตัวแบบ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเด็กมีพัฒนาการด้านความจำเพิ่มขึ้น

2. ขั้นตอนปฏิบัติการคิด ขั้นนี้แบ่งเป็น 2 ขั้นคือ

2.1 อายุ 2-4 ปี เป็นขั้นที่เด็กมีพัฒนาการทางภาษามากขึ้น แต่การแสดงออกทางภาษายังยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง

2.2 อายุ 5-7 ปี แคนี่เรียกว่า Intuitive Thought เป็นช่วงของการคิดที่เกิดขึ้นจากการรับรู้กับการคิดอย่างมีเหตุผลตามความจริง แต่ในช่วงหลังของตอนนี้เด็กจะเริ่มเพิ่มความสนใจในสิ่งต่าง ๆ ที่มีหลายมิติมากขึ้น คือ การก้าวไปสู่การคิดอย่างมีเหตุผลเพิ่มขึ้น

3. ขั้นปฏิบัติการการคิดหรือรูปธรรม ขั้นตอนนี้เริ่มจากอายุ 7-11 หรือ 12 ขวบ เด็กมีความสามารถคิดเหตุและผลที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น โดยไม่ยึดเฉพาะการรับรู้เท่านั้น ซึ่งเด็กสามารถคิดย้อนกลับเข้าใจเรื่องการอนุรักษ์ จัดกลุ่มประเภทของสิ่งของ จัดเรียงลำดับของสิ่งของ และพิจารณาสิ่งต่าง ๆ ได้ครั้งละหลายมิติ มีพัฒนาการด้านการคิดจากรูปธรรม โดยยึดตนเองเป็นศูนย์กลางไปสู่ความเข้าใจแนวคิดทางสังคมรอบตัว และเข้าใจความคิดของคนอื่นมากขึ้น แต่เด็กยังต้องคิดโดยอาศัยพื้นฐานการสัมผัสสิ่งที่เป็นรูปธรรมยังไม่สามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมซับซ้อนได้เหมือนผู้ใหญ่ แต่เรื่องแก้ปัญหาโดยอาศัยการตั้งสมมติฐาน และหลักความสัมพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ได้บ้าง

4. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม ขั้นนี้เริ่มตั้งแต่อายุ 11 ปี จนถึงวัยรุ่นใหญ่ เป็นช่วงที่เด็กมีความสามารถในการคิดเพิ่มขึ้น สามารถจินตนาการเงื่อนไขของปัญหาในอดีต ปัจจุบันและอนาคต ใช้พัฒนาสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น กรอบความคิดของเด็กเจริญอย่างมีโครงสร้างที่สมบูรณ์ แต่รายละเอียดภายในกรอบยังไม่เจริญอย่างเต็มที่ โดยที่เด็กยังต้องแสวงหาประสบการณ์ต่าง ๆ เพิ่มขึ้น มีการพัฒนาความคิดเป็นผู้ใหญ่เต็มตัวเมื่ออายุ 20 ปีขึ้นไป

สรุปได้ว่า ทฤษฎีที่เกี่ยวกับการคิดวิเคราะห์นั้น เด็กในแต่ละช่วงอายุจะมีพัฒนาการของการคิด โดยเริ่มจากการรับรู้ในสิ่งที่สามารถสัมผัสได้ มีความเป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม (Cognitive Domain) โดยมีระดับขั้นในการรับรู้ 6 ขั้นตอน คือเริ่มจาก 1. ความรู้ความจำ (Memory) 2. ความเข้าใจ (Comprehension) 3. การประยุกต์ใช้ (Application) 4. การวิเคราะห์ (Analysis) 5. การสังเคราะห์ (Synthesis) 6. การประเมิน (Evaluation) ซึ่งเป็นขั้นสู่ความรู้มนุษย์ เพราะขั้นการประเมินย่อมใช้องค์ประกอบหลายอย่างในการตัดสินใจว่าสิ่งใดดี ไม่ดีอย่างไร

องค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์

การคิดวิเคราะห์ เป็นการคิดที่จำเป็นต้องปลูกฝังให้เกิดกับเยาวชนทุกคน โดยเฉพาะอย่างยิ่งสถานศึกษาที่จัดการศึกษาในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ควรจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักชีวิต สิ่งต่าง ๆ รอบตัว อีกทั้งการวินิจฉัย การประเมิน การตัดสินใจ การวางแผน และคาดการณ์อนาคต เพื่อลดโอกาสการล้มเหลวจากการตัดสินใจที่ผิดพลาด ซึ่งองค์ประกอบของการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วย (เกรียงศักดิ์, 2546: 13)

1. ความสามารถในการตีความ หมายถึง การพยายามทำความเข้าใจ และให้เหตุผลในสิ่งที่วิเคราะห์ เพื่อแปลความหมาย สร้างความเข้าใจต่อสิ่งที่วิเคราะห์ โดยเกณฑ์ที่แต่ละบุคคลใช้เป็นมาตรฐานในการตัดสินใจย่อมแตกต่างกันตามความรู้ ประสบการณ์ ค่านิยม และความสามารถในการเชื่อมโยงเหตุผล

2. ความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่วิเคราะห์ หมายถึง การคิดวิเคราะห์ได้ดีต้องมีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานของเรื่องนั้น เพราะความรู้ช่วยกำหนดขอบเขตการวิเคราะห์แจกแจง และจำแนกสิ่งที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง องค์ประกอบ ลำดับ ความสัมพันธ์ สาเหตุการวิเคราะห์เรื่อง จึงจำเป็นต้องใช้ความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้น ๆ เข้ามาเป็นองค์ประกอบในการคิด

3. ความช่างสังเกต ช่างสงสัย และช่างถาม นักคิดเชิงวิเคราะห์ต้องมีองค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน ดังที่กล่าว ต้องเป็นคนที่ช่างสังเกต สามารถค้นพบความผิดปกติจากสิ่งที่เห็นได้ ต้องเป็นคนที่ช่างสงสัย เมื่อเห็นความผิดปกติแล้วไม่ละเลยไป แต่หยุดพิจารณาขบคิดไตร่ตรอง และต้องเป็นคนที่ช่างถาม ขอบตั้งคำถาม เพื่อนำไปสู่การคิดต่อเกี่ยวกับเรื่องนั้น การตั้งคำถามนั้นจะนำไปสู่การสืบค้นความจริงและเกิดความชัดเจน ในประเด็นที่ต้องการวิเคราะห์ ขอบเขตของคำถามที่เกี่ยวข้องกับการคิดวิเคราะห์ จะยึดหลักการตั้งคำถาม โดยใช้หลัก 5W 1H คือ ใคร (who) ทำอะไร (what) ที่ไหน (where) เมื่อไร (When) เพราะเหตุใด (why) อย่างไร (how)

4. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล หมายถึง ความสามารถในการใช้เหตุผล จำแนกแยกแยะได้ว่า สิ่งใดเป็นความจริง สิ่งใดเป็นความเท็จ สิ่งใดมีรายละเอียดสัมพันธ์เชื่อมโยงกันอย่างไร

ลักษณะของการคิดวิเคราะห์

การคิดวิเคราะห์ตามแนวของบลูม (Bloom, 1976 อ้างอิงถึง ล้วน และอังคณา, 2539 : 41-44) ว่า การคิดวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการแยกแยะส่วนใหญ่ของเหตุการณ์ เรื่องราว หรือเนื้อเรื่องต่าง ๆ โดยการวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. การวิเคราะห์ความสำคัญ ในข้อมูลต่าง ๆ นั้นอาจประกอบด้วยส่วนที่เป็นความจริง ความคิดเห็นของผู้เขียน หรือค่านิยม ซึ่งได้แก่

1.1 ความสามารถในการตระหนักรู้ซึ่งไม่กล่าวถึงข้อสันนิษฐาน

1.2 ทักษะในการจำแนกความจริงจากสมมติฐาน

1.3 ความสามารถในการจำแนกความจริงจากข้อมูลเบื้องต้น

1.4 ทักษะในการบ่งชี้และในการพินิจพิเคราะห์ระหว่างกระบวนการพฤติกรรมกับอ้างอิง

ยังแต่ละบุคคลและกลุ่ม

2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ผู้อ่านจะต้องมีทักษะในการเชื่อมต่อความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหลักกับส่วนอื่น ๆ เช่น สมมติฐาน ซึ่งได้แก่

2.1 ทักษะในการเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดในข้อความ

2.2 ความสามารถในการระลึกในส่วนของเหตุผลของการตัดสินใจ

2.3 ความสามารถในการระลึกซึ่งเป็นความจริงหรือข้อสมมติฐาน เป็นความสำคัญหรือข้อโต้แย้งที่สนับสนุนของข้อความนั้น

2.4 ความสามารถในการตรวจสอบความเที่ยงของสมมติฐาน ซึ่งให้ข้อมูลและข้อสันนิษฐาน

2.5 ความสามารถในการจำแนกความสัมพันธ์ของสาเหตุ และผลกระทบจากส่วนอื่น ๆ ของความสัมพันธ์

2.6 ความสามารถในการจำแนกความสัมพันธ์ของข้อมูลในข้อโต้แย้ง ไปจำแนกความเกี่ยวข้องจากข้อมูลที่นอกเหนือไป

2.7 ความสามารถในการสืบหาความผิดปกติของข้อมูลตามหลักตรรกะ

2.8 ความสามารถในการระลึกความสัมพันธ์และรายละเอียดที่สำคัญและที่ไม่สำคัญ

3. การวิเคราะห์หลักการ เป็นการวิเคราะห์ระบบหลักการโครงสร้างที่เกี่ยวข้องรวมไปถึง ความชัดเจนและไม่ชัดเจนของโครงสร้าง ในการวิเคราะห์หลักการนี้จะต้องวิเคราะห์แนวคิด จุดประสงค์ และมโนทัศน์ ซึ่งได้แก่

3.1 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ในรายละเอียดของงาน ความสัมพันธ์ของข้อมูลและความหมายขององค์ประกอบต่าง ๆ

3.2 ความสามารถในการวิเคราะห์รูปแบบในการเขียน ความสามารถในการวิเคราะห์จุดประสงค์ของผู้เขียน ความเห็นของผู้เขียนและความรู้สึกที่มีต่องาน

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ถึงมโนทัศน์ของผู้เขียนว่ากำลังกล่าวถึงสิ่งใด

3.4 ความสามารถในการวิเคราะห์เห็นถึงส่วนที่เป็นโฆษณาชวนเชื่อ

3.5 ความสามารถในการวิเคราะห์ถึงจุดที่เป็นอคติของผู้เขียน

มาร์ซาโน (Marzano, 2001) ได้กล่าวว่า ทักษะการคิดวิเคราะห์ประกอบด้วย

1. ทักษะการจำแนก เป็นความสามารถในการแยกแยะส่วนย่อยต่าง ๆ ทั้งเหตุการณ์ เรื่องราว สิ่งของออกเป็นส่วนย่อย ๆ ให้เข้าใจง่ายอย่างมีหลักเกณฑ์ สามารถบอกรายละเอียดของสิ่งต่าง ๆ ได้

2. ทักษะการจัดหมวดหมู่ เป็นความสามารถในการจัดประเภท จัดลำดับ จัดกลุ่มของสิ่งมีลักษณะคล้ายคลึงเข้าด้วยกัน โดยยึดโครงสร้างลักษณะหรือคุณสมบัติที่เป็นประเภทเดียวกัน

3. ทักษะการเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ว่าสัมพันธ์กันอย่างไร

4. ทักษะการสรุปความหมายถึงความสามารถในการจับประเด็นและสรุปผลจากสิ่งที่กำหนดให้ได้

5. การประยุกต์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ หลักการและทฤษฎีมาใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ สามารถคาดการณ์ กะประมาณ พยากรณ์ ขยายความ คาดเดาในสิ่งที่เกิดขึ้นในอนาคตได้

ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ (2542:57) อ้างถึงใน สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2545:97) และ วัชรา เล่าเรียนดี (2547:57) ว่าความสามารถในด้านการคิดวิเคราะห์ หมายถึง คำสามารถในการสืบหาข้อเท็จจริง เพื่อหาคำตอบหรือเป็นพฤติกรรมการปฏิบัติที่บ่งบอกถึงความรู้ ความเข้าใจในเรื่องต่าง ๆ อย่างละเอียด โดยการบอก อธิบายเหตุผลประกอบ อุดหนุนความคิดรวบยอด ระบบความเชื่อมโยงของความคิดรวบยอดนั้น ระบุนิยาม สามารถตีความ จำแนกแยกแยะ ทำความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบ รวบรวมข้อมูลที่เป็นหลักฐานสำคัญ นำมาใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจด้วยเหตุผลอย่างเหมาะสม ในทำนองเดียวกัน

วรรณ บัญฉิม (2541:71) กล่าวถึง ลักษณะของบุคคลที่มีความคิดวิเคราะห์ว่าสามารถเข้าใจ ความหมายของข้อความ เรื่องราว ที่นำมาสนับสนุนเหตุผลหรือข้อโต้แย้งต่าง ๆ ข้อความที่แตกต่างกัน หรือข้อความที่เหมือนกัน โดยใช้เหตุผลเพื่อสนับสนุนในการตัดสินใจ ซึ่งต้องอาศัยพื้นฐานทางตรรกศาสตร์ การอนุมาน และนำหลักการที่เชื่อถือได้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างเหมาะสม ซึ่งลักษณะดังกล่าว จะแสดงออกเป็นพฤติกรรมที่บ่งบอกถึงความสามารถในการคิดวิเคราะห์ (วัชรา, 2547:47-48) ดังนี้

1. มีความรอบคอบและแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยสามารถระบุนิยาม นิยาม ความคิดรวบยอด บอกสาเหตุที่มาของปัญหาต่าง ๆ ได้

2. มีความสามารถในการอ่าน การอธิบายปัญหา นิยามปัญหา องค์ประกอบของปัญหาและกำหนดสมมติฐานพร้อมระบุเหตุผลได้
 3. มีความสามารถจำแนกองค์ประกอบสำคัญที่เกี่ยวข้องกับปัญหา หรือความคิดรวบยอดยึดเป้าหมายเป็นหลักในการคิดแก้ปัญหา
 4. มีความสามารถในการอธิบายความรู้ที่ยากให้เข้าใจง่าย สามารถใช้ความรู้เดิมมาช่วยแก้ปัญหาได้ บอกเหตุผลได้ว่าทำไมปัญหาหรือความคิดรวบยอดมีความจำเป็นที่ต้องการแก้ไข
 5. มีความสามารถแยกองค์ประกอบย่อยของปัญหา เสนอวิธีแก้ปัญหาได้หลายวิธี เลือกปัญหาที่จำเป็นและสำคัญที่ต้องเร่งแก้ไข จัดลำดับได้อย่างเหมาะสม
 6. มีความสามารถตรวจ จำแนก และจัดการกับข้อมูล กระตือรือร้น ในการแสวงหาคำตอบและความหมายของสิ่งต่าง ๆ
 7. มีความสามารถในการเสนอวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี
 8. มีความอดทนและแสวงหาวิธีแก้ปัญหาอย่างระมัดระวังเป็นระบบ
 9. มีความสามารถกำหนดเกณฑ์การเลือก และการประเมินผลสำเร็จของงานได้
- สรุปได้ว่า บุคคลที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์จะต้องมีลักษณะรอบรู้ แสวงหาความรู้จากข้อมูลต่าง ๆ ทันทต่อเหตุการณ์ มีวิสัยทัศน์ที่กว้างไกล เพื่อใช้ในการพิจารณาตัดสินใจหรือแก้ปัญหา โดยใช้เหตุผลและหลักฐานสนับสนุนข้อมูลหรือเรื่องราวนั้น ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ปัจจัยที่ส่งผลต่อการวิเคราะห์

การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ มีปัจจัยหลายประการที่ส่งผลต่อการคิดวิเคราะห์ (รัตน, 2548: 39) ดังนี้

1. ความเชื่ออำนาจภายในตน ความเชื่ออำนาจภายในตนสัมพันธ์กับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ซึ่งลักษณะพฤติกรรมต่าง ๆ ของบุคคลที่มีความเชื่ออำนาจภายในตนนั้น ชอบแสวงหาความรู้ มีการเชื่อว่าการทำงานขึ้นอยู่กับความสามารถของตนเอง ไม่เกี่ยวข้องกับสังคมรอบข้าง และเชื่อว่าผู้ที่ทำงานหนักฝ่าฟันอุปสรรคได้จะประสบความสำเร็จในชีวิต ดังที่ คำหมาน คนโค (2543 : 5) กล่าวว่า “ความคิดนำไปสู่การกระทำ” คุณภาพของการคิดขึ้นอยู่กับสมรรถภาพในการคิด ทั้งองค์ประกอบอื่น ๆ เช่น ข้อมูล ข่าวสาร และความรู้ รวมทั้งสถานการณ์แวดล้อม ส่วนในช่วงที่มีความรู้สึกโกรธคนส่วนมาก คิดน้อยหรือแทบไม่คิด จึงทำอะไรในลักษณะ “ทำโดยไม่คิด” จึงไม่เกิดผลดี ซึ่งปัจจัยความเชื่ออำนาจภายในตนนั้น ดรุณี บุญวิก (2543, 50-54) ได้วิจัยพบว่า ปัจจัยบางประการในด้านบุคลิกภาพในการแสดงตัว การเชื่ออำนาจภายในตนมีความสัมพันธ์กับการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และปัจจัยด้านบุคลิกภาพในการแสดงตน การอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยและความสามารถในการอ่าน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งมีความสอดคล้องกับ อุษา ธนาบุญฤทธิ์ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยบางประการ คือ บุคลิกภาพในการแต่งตัว การอบรมเลี้ยงดูแบบใช้เหตุผลและการคิดอย่างมีวิจารณญาณกับความเชื่ออำนาจภายในตน พบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณระหว่างปัจจัยบางประการกับความเชื่ออำนาจภายในตนมีค่าเท่ากับ .690 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถด้านเหตุผล มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพราะบุคคลที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถในการใช้เหตุผลในการจำแนก แยกแยะ ได้ว่าสิ่งใดเป็นความจริง สิ่งใดเป็นความเท็จ มืองค์ประกอบในรายละเอียดเชื่อมโยงความสัมพันธ์กันอย่างไร เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546) ซึ่งสอดคล้องกับ วรรณภา บุญฉิม (2541:216) ที่ศึกษาพบว่าความสามารถด้านเหตุผลมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนอย่างมีนัยทางสถิติที่ระดับ .01 เช่นเดียวกับ ดวงกมล โพธิ์นาค (2545:99-100) ที่พบว่า ความเชื่ออำนาจภายในตนของนักเรียน และความสามารถด้านเหตุผล ส่งผลต่อการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพราะความเชื่ออำนาจภายในตน และความสามารถด้านเหตุผลเป็นสิ่งที่ควรมีในบุคคลที่มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อทำให้คนนั้นสามารถรับข้อมูลข่าวสารที่แวดล้อม แล้วนำข้อมูลเหล่านั้นมาคิดวิเคราะห์พิจารณาด้วยตนเอง โดยอาศัยประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผ่านมาใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตจนกระทั่งดำรงชีวิตในสังคมได้อย่างมีความสุข

3. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เพราะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างเต็มศักยภาพ สอดคล้องกับการศึกษาของ นิภาภรณ์ แสงดี (2538:22 อ้างถึงใน Nelson, 1970) พบว่า การสอนที่แตกต่างกันทำให้ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของเด็กแตกต่างกัน ซึ่งผลการวิจัยโดยใช้ครูผู้สอน 2 คนที่ใช้วิธีการสอน 2 แบบ กับนักเรียนเกรดหกสองห้องเรียน โดยห้องหนึ่งสอนโดยวิธีกระตุ้นให้คิด โดยสอนสัปดาห์ละ 3 วัน รวม 36 คาบเรียน จากนั้นทั้งสองชั้นได้รับการนำเข้าสู่การทดลอง ซึ่งทดลองโดยวิธีการเหมือนกัน แต่ตอนอภิปรายหลังการทดลอง ห้องที่ใช้วิธีการสอนไม่กระตุ้นให้คิด ครูจะใช้คำถามระดับต่ำ เช่น คำถามความรู้ความจำส่วนห้องที่ใช้วิธีสอนกระตุ้นให้คิด ครูใช้คำถามระดับสูง เช่น คำถามเกี่ยวกับการสรุป อ้างอิง และการพิสูจน์ หลังจากนั้นจึงทำการวัด 1) ทักษะความรู้ของนักเรียนโดยใช้การวัดทักษะการเสาะแสวงหาความรู้ของนักเรียน ซึ่งมีการสังเกต การสำรวจ อ้างอิงการพิสูจน์และการจำแนก 2) ความรู้เกี่ยวกับหลักการทางวิทยาศาสตร์ ผลพบว่านักเรียนผู้ใช้วิธีการสอนแบบไม่กระตุ้นให้คิดมีความรู้เกี่ยวกับหลักการทางวิทยาศาสตร์สูงกว่าพวกที่สอนกระตุ้นให้คิด ส่วนนักเรียนที่สอนโดยวิธีกระตุ้นให้คิด การเพิ่มปริมาณและคุณภาพด้านการสังเกต และการสรุป อ้างอิง ดีกว่าพวกที่สอนด้วยวิธีไม่กระตุ้นให้คิด และจากการศึกษาของ ภัทราภรณ์ พิทักษ์ธรรม (2543:บทคัดย่อ) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ และเจตคติที่มีต่อวิชาสังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ โดยใช้กิจกรรมการสร้างแผนภูมิโน้ตศน์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษา นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ โดยใช้กิจกรรมการสร้างแผนภูมิโน้ตศน์กับการสอนตามคู่มือครู มีความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

4. แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์

นักการศึกษาหลายท่าน กล่าวถึง รูปแบบการจัดกิจกรรมทักษะการคิดวิเคราะห์ โดยนำทฤษฎีและแนวทางจากนักวิชาการ นักการศึกษา เป็นแนวทางสำหรับการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอเกี่ยวกับหลักการและงานวิจัยที่สนับสนุนรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จุดเด่นและจุดได้ของแต่ละรูปแบบ ไว้ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

กระบวนการเรียนการสอนที่ใช้ในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546 : 219-220) มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นจากเรื่องที่สนใจ ซึ่งเกิดขึ้นเองจากความสนใจ หรืออาจเริ่มจากความสนใจของตัวนักเรียนเอง หรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่สนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้นหรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา ในกรณีที่ยังไม่มีประเด็นใดน่าสนใจครูอาจให้ศึกษาจากสื่อต่าง ๆ หรือเป็นผู้กระตุ้นด้วยการเสนอประเด็นขึ้นมาก่อน แต่ไม่ควรบังคับให้นักเรียนยอมรับประเด็น หรือคำถามที่ครูกำลังสนใจเป็นเรื่องที่จะศึกษา

เมื่อมีคำถามที่น่าสนใจ และนักเรียนส่วนใหญ่ยอมรับให้เป็นประเด็นที่ต้องการศึกษาจึงร่วมกันกำหนดขอบเขต และส่วนเรื่องราวละเอียดของเรื่องที่จะศึกษาให้มีความชัดเจนยิ่งขึ้น อาจรวมถึงการรวบรวมความรู้ประสบการณ์เดิม หรือความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ที่จะช่วยนำไปสู่ความเข้าใจเรื่องหรือประเด็นที่จะศึกษามากยิ่งขึ้น และมีแนวทางที่ใช้ในการสำรวจตรวจสอบอย่างหลากหลาย

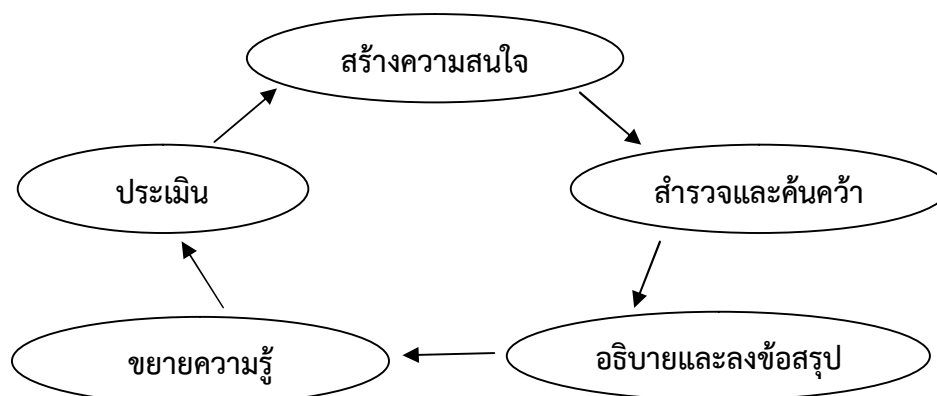
1.2 ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็น หรือคำถามที่สนใจ จะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น การทดลอง การทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อสร้างสถานการณ์จำลอง (Stimulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างพอเพียงที่จะใช้ในขั้นตอนต่อไป

1.3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลจากการสำรวจ ตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูลสารสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น บรรยายสรุป สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือวาดรูป สร้างตาราง ฯลฯ การค้นพบในครั้งนี้อาจเป็นไปได้หลายทาง เช่น สนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้โต้แย้งกับสมมติฐานที่ตั้งไว้หรือไม่เกี่ยวข้องกับประเด็นที่ตั้งหลาย แต่ผลที่ได้จะอยู่ในรูปใดก็สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้

1.4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นในเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม หรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายในสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ถ้าใช้อธิบายเรื่องต่าง ๆ ได้มาก แสดงว่าข้อจำกัดมีน้อย ซึ่งก็จะให้เชื่อมโยงกับเรื่องต่าง ๆ และทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

1.5 ชั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ

การนำความรู้หรือแบบจำลองไปใช้อธิบาย หรือประยุกต์ใช้กับเหตุการณ์ หรือเรื่องอื่น ๆ จะนำไปสู่ข้อโต้แย้งหรือข้อจำกัด ซึ่งจะก่อให้เกิดประเด็นคำถาม หรือปัญหาที่จะต้องสำรวจตรวจสอบต่าง ๆ ทำให้เกิดเป็นกระบวนการที่ต่อเนื่องกันไปเรื่อย ๆ จึงเรียกว่า Inquiry Cycle ดังภาพประกอบ



ภาพที่ 4 ภาพประกอบการเรียนรู้แบบวัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry Cycle)

จากขั้นตอนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ข้างต้น สรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ จะต้องมียุทธศาสตร์ที่ทำให้เกิดการสืบเสาะหาความรู้ มีปัญหาที่ต้องค้นหาวิธีแก้ไข มีการสำรวจข้อมูล และลงข้อสรุปนั้นเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนการสอนแต่ละครั้ง หรือแต่ละแนวคิด จะเริ่มต้นจากการนำเข้าสู่บทเรียนและจบลงโดยการประเมินผล ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Suchman (อ้างถึงใน สุภาสิณี สุภีระ : ม.ป.ป.) 5 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 การเผชิญปัญหา (Encounter with the problem)

- อธิบายกระบวนการสืบเสาะหาความรู้
- เสนอเหตุการณ์ที่เป็นปัญหา

ขั้นที่ 2 การรวบรวมข้อมูลเพื่อตรวจสอบ (data gathering verification)

- ตรวจสอบธรรมชาติของวัตถุ หรือเหตุการณ์และเงื่อนไขต่าง ๆ
- ตรวจสอบสิ่งที่เกิดขึ้นตามลำดับในสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 3 การรวบรวมข้อมูลเพื่อการทดลอง (data gathering experimentation)

- แยกตัวแปรที่เกี่ยวข้องออก
- ตั้งสมมติฐาน (และทดลอง) ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เป็นเหตุและผล

ขั้นที่ 4 รวบรวมข้อมูลและสร้างคำอธิบาย (organization, formulation an experimental)

- สร้างคำอธิบายหรือสรุปสิ่งที่พบ

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์กระบวนการสืบเสาะ (analysis of the inquiry process)

- วิเคราะห์ยุทธศาสตร์การสืบเสาะหาความรู้ และพัฒนายุทธศาสตร์นั้นให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (ภพ เล่าห์ไพบูลย์, 2537: 36)

ข้อดี

1. ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาความคิดอย่างเต็มศักยภาพ ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความอยากรู้อยากเห็นตลอดเวลา
2. ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาความคิดและฝึกการกระทำ เรียนรู้วิธีจัดระบบความคิด และวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความมุ่งมั่นและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้
3. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
4. ผู้เรียนสามารถเรียนรู้มนต์และหลักการทางวิทยาศาสตร์ได้เร็วขึ้น
5. ผู้เรียนจะเป็นผู้มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการเสนอแต่ละครั้ง
2. ถ้าสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นไม่น่าสนใจ แปลกใจ จะทำให้ผู้เรียนเกิดอาการเบื่อหน่าย และครุ่นคิดควบคุมพฤติกรรมผู้เรียนมากเกินไป โดยไม่เข้าใจหน้าที่ในการสอน วิธีนี้จะทำให้ผู้เรียนไม่มีโอกาสสืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง
3. ผู้เรียนมีสติปัญญาต่ำและเนื้อหาค่อนข้างยาก ผู้เรียนไม่สามารถเรียนรู้ด้วยตนเองได้
4. ผู้เรียนมีวุฒิภาวะไม่พร้อม ทำให้ขาดแรงจูงใจที่จะศึกษาปัญหา ถ้าผู้เรียนได้รับแรงกระตุ้น จะทำให้เกิดความกระตือรือร้นในการเรียน อาจจะตอบคำถามได้ แต่ไม่สามารถประสบความสำเร็จได้
5. ถ้าใช้กระบวนการแบบนี้อยู่เสมอ อาจทำให้ความสนใจของผู้เรียนในการศึกษาค้นคว้าลดลง

2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

วิชรา เล่าเรียนดี (2547, น. 90-93) กล่าวว่า วิธีสอนด้วยเทคนิค KWDL พัฒนาขึ้นโดยOgle ในปี ค.ศ. 1986 และต่อมา Shaw and other (1997) อาจารย์สอนในมหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำเทคนิค KWDL มาใช้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นำรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) มาผสมผสานในกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้มีประสิทธิภาพและเหมาะสมยิ่งขึ้น

2.2.1 ความหมายของเทคนิค KWDL

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของเทคนิค KWDL ไว้ดังนี้

วิชรา เล่าเรียนดี (2549, น. 149-150) กล่าวถึงความหมายของเทคนิค KWDL โดยสรุปหมายถึง เทคนิคที่ช่วยชี้นำการคิด การอ่าน และหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องนั้น และนำมาใช้ในการเรียนรู้ และเร้าความสนใจเป็นอย่างดี ซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

- 1) K (What we know) เรารู้อะไรบ้าง
- 2) W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
- 3) D (What we do to find out) เราทำอะไรไปแล้วบ้าง
- 4) L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547: น. 13) กล่าวถึงความหมายของเทคนิค KWDL โดยสรุป หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประกอบไปด้วย การถามตอบและแสวงหาคำตอบ 4 ขั้นตอน คือ

- 1) K (What we know) เรารู้อะไรบ้าง
- 2) W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
- 3) D (What we do to find out) เราทำอะไรไปแล้วบ้าง
- 4) L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

Shaw and other (1997, unpagued อ้างถึงใน วิชา เล่าเรียนดี, 2519, น. 148) กล่าวถึงความหมายของเทคนิค KWDL โดยสรุปหมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

- 1) K (What we know) เรารู้อะไรบ้าง
- 2) W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
- 3) D (What we do to find out) เราทำอะไรไปแล้วบ้าง
- 4) L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

จากความหมายการจัดการเรียนรู้เทคนิค KWDL สรุปได้ว่า KWDL หมายถึง เทคนิคที่ช่วยชี้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของปัญหา ซึ่งประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

- 1) K (What we know) เรารู้อะไรบ้าง
- 2) W (What we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
- 3) D (What we do to find out) เราทำอะไรไปแล้วบ้าง
- 4) L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

2.2.2 ลักษณะการจัดการเรียนรู้เทคนิค KWDL

วิชา เล่าเรียนดี (2549, น. 165) กล่าวว่า ขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน คือ

- 1) ชี้นำ
 - 1.1) ทบทวนความรู้เดิม
 - 1.2) แจ้งวัตถุประสงค์การเรียนรู้
 - 1.3) เร้าความสนใจด้วยเกมส์คณิตศาสตร์

2) ชี้นำเนื้อหาใหม่

2.1) ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้น แล้วนักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์ปัญหาและแก้ปัญหา ตามแผนผัง KWDL ดังนี้

K = ครูและนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

W = ครูและนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการให้แก้ไขและวางแผนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

D = ครูและนักเรียนช่วยกันดำเนินการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

L = ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้ปัญหา

2.2) นักเรียนฝึกปฏิบัติกลุ่มย่อย โดยครูคอยแนะนำด้วยการกระจายนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม KWDL

3) **ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ** นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นโดยเป็นโจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนและสถานการณ์อื่น ๆ

4) **ขั้นสรุปทเรียนและประเมินผล** นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วย มีการเรียน ซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ

นอกจากขั้นตอนเทคนิค KWDL ดังกล่าว การใช้เทคนิค KWDL ในการสอนคณิตศาสตร์ครูต้อง เตรียมแผนผัง KWDL โดยครูและนักเรียนทำความเข้าใจร่วมกันโดยมีแผนผัง KWDL ประกอบให้เห็นชัดเจน ทุกคนด้วยการร่วมกันฝึกและทำแบบฝึกหัด นอกจากนี้นักเรียนจะต้องมีตาราง KWDL ของตัวเอง เพื่อใส่ข้อมูล เช่นกัน แต่ควรให้ใช้ด้วยกัน 2 คน ต่อ 1 ชุด เพื่อส่งเสริมการทำงานร่วมกัน ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 แผนผัง KWDL

K สิ่งที่ทราบ จากโจทย์ปัญหา	W สิ่งที่โจทย์ต้องการ ให้หาคำตอบ	D แสดงวิธีแก้ โจทย์ปัญหา	L คำตอบที่ได้ จากการแก้ปัญหา
1.	1.	แสดงวิธีทำ วิธีที่ 1	คำตอบ สรุปขั้นตอน
2.	2.	วิธีที่ 2	

ที่มา : วัชรรา เล่าเรียนดี, 2549, น. 150

นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547, น. 52-53) กล่าวว่า ขั้นตอนการสอนโดยการใช้เทคนิค KWDL นำมาปรับรูปแบบการเรียนการสอนที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1) **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1.1) ทบทวนความรู้เดิม โดยการยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในเรื่องที่เรียนมาแล้ว สอนถามนักเรียนให้ร่วมกันตอบคำถาม

1.2) แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และบทบาทการทำงานกลุ่ม

1.3) เร้าความสนใจ โดยใช้เกมคณิตศาสตร์

2) **ขั้นสอนเนื้อหาใหม่**

2.1) ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้นแล้วให้นักเรียนอ่านโจทย์ และแก้ปัญหาตามแผนผังเทคนิค KWDL ดังนี้

K = ครูและนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบหรือสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์

W = ครูและนักเรียนร่วมกันช่วยหาสิ่งที่โจทย์ต้องการจะทราบและวางแผนแก้ไข โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งเลือกทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

D = ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแผน ที่ได้วางไว้

L = ครูและนักเรียนร่วมสรุปการแก้ปัญหา และอธิบายตามแผนที่ได้วางไว้

2.2) นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำด้วยการจัดแบ่งนักเรียน ออกกลุ่มละ 4-5 คน ร่วมกันปฏิบัติตามบัตรกิจกรรมเทคนิค KWDL

3) ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ

3.1) จัดแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน (อาจใช้กลุ่มเดิมหรือกลุ่มใหม่ก็ได้)

3.2) ให้นักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกทักษะที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโดยตรงและในสถานการณ์อื่น ๆ ที่แตกต่างจากตัวอย่าง เพื่อฝึกทักษะการนำไปใช้จากแบบฝึกที่ครูสร้างขึ้น

3.3) นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันประเมินการปฏิบัติการทำกิจกรรมของสมาชิกกลุ่มตนเอง

4) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

4.1) นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระสำคัญที่ได้จากการเรียนรู้

4.2) ครูทำการประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ และทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบประจำหน่วย

4.3) นักเรียนเสนอแนวทางการพัฒนากระบวนการทำงานร่วมกันเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพต่อการพัฒนาการทำงานกลุ่ม

จากลักษณะการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค KWDL สรุปได้ว่า มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1) ทบทวนความรู้เดิม

1.2) แจงจุดประสงค์การเรียนรู้

1.3) ไร่ความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์

2) ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1) ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้นแล้วให้นักเรียนอ่านโจทย์ และแก้ปัญหาตามแผนผังเทคนิค KWDL ดังนี้

K = ครูและนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

W = ครูและนักเรียนร่วมกันช่วยหาสิ่งที่โจทย์ต้องการจะทราบและวางแผนแก้ไข

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

D = ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

L = ครูและนักเรียนร่วมสรุปการแก้ปัญหา

2.2) นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำด้วยการจัดแบ่งนักเรียน ออกเป็นกลุ่มละ 4-5 คน ร่วมกันปฏิบัติตามบัตรกิจกรรม KWDL

3) ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระนักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น โดยเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์อื่น ๆ

4) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

4.1) นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียน มีการสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ

4.2) นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระสำคัญที่ได้จากการเรียนรู้

(4.3) ครูประเมินผลการเรียนรู้ด้านความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ และทักษะการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบประจำหน่วย และครูต้องเตรียมแผนผัง KWDL โดยครูและนักเรียน ช่วยกันเรียนรู้ทำความเข้าใจโดยมีแผนผัง KWDL ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วย การร่วมกันฝึกและทำ แบบฝึกหัด นอกจากนี้นักเรียนจะต้องมีตาราง KWDL ของตัวเองเพื่อใส่ข้อมูลเช่นกัน แต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คน ต่อ 1 ชุด เพื่อส่งเสริมการทำงานร่วมกัน

2.2.3 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้เทคนิค KWDL

นรินทร์ แสงกุหลาบ (2547, น.7-8) เทคนิค KWDL จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถที่ตนเอง มีผ่านทางกระบวนการคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย รวมทั้งส่งเสริมความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ และสังเคราะห์ ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น และช่วยพัฒนา ด้านสติปัญญา ด้านการคิด ทางสังคมโดยเฉพาะถ้าจัดให้ผู้เรียนฝึกทำงานร่วมกัน

จิรากร สำเร็จ (2551, น.73) เทคนิค KWDL ช่วยพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียน คิดอย่างรอบคอบและวางแผนเป็นระบบขึ้นเกิดแนวคิดใหม่ สามารถถ่ายทอดออกมาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น นักเรียน ได้ฝึกการวางแผน การทำความเข้าใจ และสามารถตรวจสอบได้ การตั้งจุดหมายมีการจัดระบบข้อมูลได้ อย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีประโยชน์ในการคิดวิเคราะห์เขียนสรุปความ

อดิเรก เฉลียวฉลาด (2550, น.36-37) เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการสอนที่เน้นให้ผู้เรียน คิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายจากขั้นตอนที่กำหนด และสามารถหาวิธีการ แก้ปัญหาที่ดีที่สุด พร้อมให้เหตุผลประกอบได้ รวมทั้งผู้เรียนทำงานร่วมกับผู้อื่นอย่างมีประสิทธิภาพ รู้จักหน้าที่ความรับผิดชอบเพื่อให้กลุ่มตนเองประสบความสำเร็จ

จากประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค KWDL สรุปได้ว่า เทคนิค KWDL ช่วยให้ ผู้เรียนพัฒนาความสามารถผ่านทางกระบวนการของคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย ทำให้นักเรียนเกิด การวางแผนการคิดอย่างเป็นระบบ ให้เหตุผลในการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน อีกทั้งยังเป็นการส่งเสริมการคิด เชิงการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีอีกด้วย

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการแก้ปัญหาของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

การแก้ปัญหาตามกระบวนการของโพลยา นับเป็นสิ่งที่ผู้สอนและนักเรียนคุ้นเคยและถูกใช้มา นานมากในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งในทางปฏิบัติการดำเนินการตามกระบวนการนี้อาจทำบางขั้นตอน ให้กระชับขึ้น เช่น ตรวจสอบเพียงความสมเหตุสมผลในขั้นตรวจย้อนกลับ ทั้งนี้ เพื่อให้การแก้ปัญหามี ความกระชับและรวดเร็วขึ้น และเพื่อไม่ให้นักเรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหานั้นเป็นสิ่งที่ซับซ้อน กระบวนการ แก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มาก เนื่องจากช่วยให้นักเรียน มีหลักคิด ทำให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีการวางแผนและกำกับการทำงานอย่าง ต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 41)

Polya (1957, pp. 16-17) ได้กล่าวถึงขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา โดยพิจารณาว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง มีความเพียงพอ

สำหรับการแก้ปัญหาที่นั้นหรือไม่ และคำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด จนกระทั่งสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้าหากยังไม่ชัดเจนในโจทย์ อาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดรูป เขียนแผนภูมิ หรือแยกแยะสถานการณ์สถานการณ์โดยเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของนักเรียนเอง แล้วแบ่งเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วนๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไง นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา อย่างชัดเจนมากขึ้น ซึ่งเป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูล หรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนแก้ปัญหา ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่และมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร

2. เคยพบโจทย์ปัญหานี้เมื่อไร และใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา

3. ถ้าอ่านในโจทย์ปัญหาครั้งแรกแล้วไม่เข้าใจควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้งแล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน ดังนั้นการวางแผนการแก้ปัญหาก็เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้ว นำมากำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ กฎ หรือสูตร ที่เหมาะสมมาใช้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back) เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยพิจารณาและตรวจสอบว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นวิธีหนึ่งตรวจสอบ เพื่อดูผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ แล้วพิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจนเหมาะสมขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้า โดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมาขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

จากการที่ได้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ผู้วิจัยได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา (Understanding the problem)

ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เป็นขั้นที่บอกได้ว่าโจทย์ปัญหาเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับอะไร บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ถาม

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา(Devising a plan)

วางแผนแก้โจทย์ปัญหาเป็นขั้นที่บอกได้ว่าหาคำตอบโดยวิธีการใด และเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ ได้อย่างถูกต้อง

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน(Carrying out the plan)

ปฏิบัติตามแผน เป็นขั้นที่แสดงวิธีทำและคำนวณหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (Looking back)
 ตรวจสอบคำตอบเป็นขั้นที่คำตอบมีความสมเหตุสมผลหรือไม่และการตรวจสอบ
 คำตอบถูกต้องหรือไม่

5. แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ผู้ให้ความหมายเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 ดังนี้

Anderson & Pingry (1973, p. 228) กล่าวถึงความหมายโดยสรุปหมายถึงสถานการณ์ หรือคำถาม
 ที่ต้องมีคำตอบเป็นจำนวนหรือปริมาณสำหรับผู้ที่แก้ปัญหานั้นได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของ
 ปัญหาใช้ความรู้ร่วมกับประสบการณ์ประกอบกับการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหานั้น

Adam & Beeson (1997, p. 176) กล่าวถึงความหมายโดยสรุปหมายถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) โจทย์เชิงเรื่องราว (story problem) หรือเชิงถ้อยคำบรรยาย (Verbal Problem)
 นั่นคือ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำข้อความและตัวเลขด้วยคำตอบ
 จะเป็นเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องค้นหาว่าใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหานั้น

ดิเรก เขียวฉลาด (2550, น. 13) กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสรุป
 หมายถึง สถานการณ์ของคำถามที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขซึ่งต้องการคำตอบมาในแบบต่าง ๆ
 เช่น ปริมาณจำนวนหรือเหตุผล โดยผู้ที่แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องอาศัยทักษะประสบการณ์
 ความรู้ความเข้าใจมีอยู่เป็นเครื่องมือในการตัดสินใจในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น อย่างในกระบวนการ

ปิยวรรณ จันทวงศ์ (2541, ออนไลน์) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้ โจทย์ปัญหา
 คณิตศาสตร์ หมายถึงคำถามทางคณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วยข้อความและตัวเลขที่นักเรียนจะต้องอ่าน
 ทำความเข้าใจข้อความและดำเนินการ เพื่อหาคำตอบจากโจทย์ปัญหา

กรรณิการ์ เฟ่งพิศ (2545, น. 8) ได้สรุปความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า โจทย์ปัญหา
 คณิตศาสตร์ หมายถึงสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยข้อความและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้น
 ต้องตัดสินใจเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานั้นโดยอาศัยความรู้การอ่านโจทย์และความสามารถ
 ในการคิดคำนวณมาประกอบกันจึงจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ถูกต้อง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, น. 16) ถึงความหมายโดยสรุปหมายถึงเหตุการณ์หรือข้อความที่มี
 คำตอบที่ชัดเจนซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ที่เกิดขึ้นทางคณิตศาสตร์มากำหนดกรอบ
 แนวทางหรือวิธีการที่จะทำได้มาซึ่งคำตอบบุคคลผู้คิดค้นหาคำตอบถ้าไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้น
 มาก่อนจะไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที สถานการณ์หรือข้อความใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับ
 บุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีก
 บุคคลหนึ่งก็ได้

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า หมายถึงสถานการณ์คำถามที่ต้องการ
 คำตอบที่เป็นปริมาณหรือจำนวนชัดเจน ผู้ที่แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้จะต้องอาศัยทั้งทักษะ
 ประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างมีกระบวนการ

5.2 ประเภทของโจทย์ปัญหา

นักการศึกษาแบ่งประเภทโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Baroody (1987, p. 91-93) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ซึ่งสรุปได้แก่

1) โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปกติ คือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่งมีข้อมูลที่จำเป็นและมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว

2) โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ปกติ คือ โจทย์ปัญหาที่คล้ายกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปกติ คือ มีข้อมูลมากทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็นหรือมีข้อมูลไม่เพียงพอ ซึ่งอาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบโดยเน้นการคิดวิเคราะห์อย่างสมเหตุสมผล

Leblane (1977, p. 17) ได้แบบรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทคือ

1) โจทย์ปัญหาปรากฏในหนังสือแบบเรียน (Typical Textbook Problem) ปัญหาที่มุ่งพัฒนาความเข้าใจจำนวนดำเนินการ (Operation) ทางคณิตศาสตร์เช่นการบวกการลบการคูณและการหาร เพื่อให้นักเรียนสามารถที่จะประยุกต์หรือนำความรู้เหล่านี้ไปใช้ในกิจวัตรประจำวันได้

2) โจทย์ปัญหาที่แสดงกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือทั่วไป ปัญหาชนิดนี้ จะเน้นเทคนิคหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาเน้นกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าผลลัพธ์ หรือ คำตอบ

Ashlock and others (1983, p. 239) แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ

1) โจทย์ปัญหาประกอบอิงตำรา หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard Textbook or Translations Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ด้วยหลักการ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก

2) โจทย์ปัญหาประเภทกระบวนการ (Process Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่ยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ปัญหาประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยขั้นตอน 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนความเข้าใจปัญหาขั้นการพัฒนาและขั้นหากกลวิธีในการแก้ปัญหา และการประเมินการแก้ปัญหา

พิสมัย ศรีอำไพ (2534, น. 3-4) ได้กล่าวถึงชนิดของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มี 4 ชนิด คือ

1) ปัญหาขั้นเดียว (One - Step Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ทุกคนคุ้นเคยอยู่แล้ว การแก้ปัญหาแบบนี้มักใช้วิธีการ บวก ลบ คูณ หาร

2) ปัญหาหลายขั้น (Multiple - Step Problems) เป็นโจทย์ปัญหาซึ่งสามารถที่จะแก้ได้ โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไปหรือจะทำการกระทำชนิดเดิมแต่ซ้ำกันหลายครั้งก็ได้

3) ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ (Process Problem) เป็นโจทย์ปัญหาต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้กลยุทธ์หลาย ๆ แบบ เช่น มองหารูปแบบวาดรูปสร้างสมการและอื่น ๆ โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้จะไม่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการบวกลบคูณหารธรรมดา

4) ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ (Applied Problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนทำการเก็บข้อมูลและตัดสินใจเองในการที่จะหาผลเฉลยของปัญหา อาจใช้กลยุทธ์หลายอย่างปัญหาเหล่านี้จะสะท้อนให้เห็นสถานการณ์จริงและอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

กรมวิชาการ (2535, น. 65) ได้จำแนกประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ลักษณะดังนี้

1) การจัดประเภทของโจทย์ปัญหา โดยพิจารณาจากการนำเอาโครงการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้เพื่อเป็น 2 ประเภทคือ

1.1) ปัญหาประจำ (Routine Problem) เป็นปัญหาที่จะต้องประยุกต์เอากระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในแนวทางที่ใกล้เคียงกับที่ได้เรียนมาแล้วมาช่วยแก้ปัญหาส่วนมากเป็นปัญหาที่พบในแบบเรียนคณิตศาสตร์

1.2) ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาประจำ (Non- Routine Problem) เป็นปัญหาที่จะต้องอาศัยความคิดมากขึ้น ทั้งนี้เพราะในการเลือกกระบวนการที่จะใช้แก้ปัญหา นั้นไม่ชัดเจนส่วนมากจะเป็นปัญหาที่ไม่มีในตำราเรียน แต่จะพบได้จากแหล่งอื่นๆเช่นจากวารสารคณิตศาสตร์

2) การจัดประเภทของโจทย์ปัญหาโดยพิจารณาจากลักษณะเฉพาะของแต่ละปัญหาแยก ๆ เป็น 6 ประเภทดังนี้

2.1) ปัญหาแบบฝึกหัด (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนฝึกการใช้กระบวนการคิดคำนวณและช่วยให้จดจำข้อเท็จจริงได้

2.2) ปัญหาเชิงเดี่ยว (One step Problem) เป็นปัญหาที่สามารถทำการแก้ไขได้ โดยวิธีการกระทำใดกระทำหนึ่งเพียงอย่างเดียว หรือสามารถแปลออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้เพียงประโยคเดียว ปัญหาประเภทนี้ ช่วยให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการแปลงสถานการณ์ในชีวิตจริงสู่การแสดงออกที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ตลอดจนเพื่อรักษาความสามารถทางการคิดคำนวณให้คงทน ส่วนมากจะพบปัญหาประเภทนี้จากแบบเรียนคณิตศาสตร์

2.3) ปัญหาเชิงซ้อน (Multi Step problem) จะต้องใช้วิธีการกระทำอย่างน้อย 2 วิธี คือ สามารถแปลออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่ประกอบด้วยเครื่องหมายอย่างน้อย 2 ตัว ปัญหาประเภทนี้ ช่วยให้นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์ในชีวิตจริง ไปสู่การแสดงออกทางคณิตศาสตร์เช่นเดียวกัน

2.4) ปัญหาประเภทกระบวนการ (process problem) ปัญหาประเภทนี้ให้รูปแบบการคิดอย่างมีกระบวนการ เพื่อช่วยให้เกิดพัฒนาการด้านกลวิธีในการวางแผนและแก้ปัญหาตลอดจนการวิเคราะห์ผลที่ได้ ลักษณะของปัญหาแยกที่จะแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ ซึ่งจะต้องใช้ความคิดทางตรรกศาสตร์ หรือวิธีการอื่น ๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา เช่น การวาดภาพ การใช้ตาราง การเดา การคิดย้อนหลัง หรือแม้แต่การค้นหาแบบแผน โจทย์ประเภทนี้ยากที่จะพบในแบบเรียน

2.5) ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่มาจากสถานการณ์จริง เป็นปัญหาที่มาจากสถานการณ์จริง ผลลัพธ์ที่ได้เกิดจากทักษะข้อเท็จจริงที่เกิดความคิดสรุปขยาย และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิธีการดังกล่าวจะนำมาใช้เป็นตัวช่วยในการรวบรวมข้อมูลการสรุปการนำเสนอและประกอบการตัดสินใจที่เกี่ยวข้องกับข้อมูล ปัญหาประเภทนี้ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้วิธีซึ่งอาจจะใช้การรวบรวมข้อมูลนำมาวิเคราะห์คิดคำนวณสรุปและเสนอผล

2.6) ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่ปกติแล้วจะแก้ได้ โดยการเดา (Lucky Guess) รู้วิธีที่ผิดแปลกไปจากวิธีทั่วไปปัญหาประเภทนี้ จะทำให้นักเรียนได้สัมผัสคณิตศาสตร์อีกรูปแบบหนึ่งซึ่งเป็นเรื่องนันทนาการ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2541, น. 2) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ

1) ปัญหาปกติ (Routine Problem) คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2) ไม่ปกติ (Non- Routine Problem) คือปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดและปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามองประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหจากรูปแบบของปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาเมื่อครูผู้สอนจะนำไปสอนต้องสร้างโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจเพื่อนักเรียนจะได้มีความกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหานั้น และมีผู้ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ดังนี้

โคลด์ (Clyde. 1967, 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่าควรมีลักษณะ ดังนี้

1) มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวันและสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุดอาจเป็นเรื่องราว หรือเหตุการณ์ที่เกิดกับพระเจ้าปัญหาในชีวิตประจำวันดูลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเป็นต้น

2) สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษา หรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วทั่วไป

โพลยา (Polya, 1973 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544, 8) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาได้ ดังนี้

1) ปัญหาที่พบเสมอในการเรียนการสอนในชั้นเรียน สำหรับการฝึกให้นำทฤษฎีหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนตามปกติ

2) ปัญหาที่ปกติจะไม่พบในชั้นเรียนเช่นปัญหาที่พบเห็นในชีวิตประจำวันปัญหาที่เกี่ยวกับการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการทำงานเป็นต้น

ปัญหาที่กล่าวมาทั้ง 2 ประเภทนั้น จะเน้นทักษะกระบวนการแก้ปัญหเพื่อให้ได้คำตอบจากประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในหนังสือเรียน เป็นโจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ได้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ของคณิตศาสตร์ที่ตายตัว และโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงผลลัพธ์ที่ได้เกิดจากทักษะข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

5.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Hudgins (1977, pp. 241-242) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่ามีลักษณะ ดังนี้

- 1) ภาษาที่ใช้เป็นภาษาง่ายหรือยากมีคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด
- 2) ขนาดของตัวหนังสือและตัวเลขเหมาะกับวัยของผู้เรียนหรือไม่
- 3) ความยาวของโจทย์ปัญหา
- 4) โจทย์หาเส้นทางตรงหรือทางอ้อมเป็นโจทย์ที่ใช้ขั้นตอนเดียวในการแก้ปัญหหรือต้องใช้เวลาหลายขั้นตอน
- 5) ใช้ทักษะการคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานหลายวิธี
- 6) เป็นโจทย์ปัญหาที่ผู้เรียนคุ้นเคยมาก่อนหรือไม่

โคลด์ (Clyde. 1967, 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่าควรมีลักษณะ ดังนี้

1) มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดกับพระเจ้าปัญหาในชีวิตประจำวันดูลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริงเป็นต้น

2) สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหา มีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วทั่วไป

สิริพร ทิพย์คง (2544, น, 18) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมีลักษณะ ดังนี้

- 1) ภาษาที่ใช้กระชับรัดกุมถูกต้องสามารถเข้าใจง่าย
- 2) แปลกใหม่สำหรับนักเรียนช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิดค้าทายความสามารถ
- 3) ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
- 4) ให้ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถนักเรียนในวัยนั้นๆ
- 5) สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยนักเรียน
- 6) ให้ข้อมูลเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ไขปัญหา
- 7) เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวัน
- 8) ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นไปได้จริง
- 9) วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
- 10) วิธีใช้ วิธีถ้าใช้การวาดภาพลายเส้นแปล วิธีถ้าใช้การวาดภาพลายเส้นแผนภาคใด วิธีถ้าใช้การวาดภาพลายเส้นแผนภาพไดอะแกรมหรือ วิธีถ้าใช้การวาดภาพลายเส้นแผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544, น. 23) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีผู้นำมาให้นักเรียน หาคำตอบควรมีลักษณะ ดังนี้

- 1) ทำทายความสามารถสำหรับนักเรียน
 - 2) สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยสำหรับนักเรียน
 - 3) แปลกใหม่สำหรับนักเรียน
 - 4) มีวิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี
 - 5) วิธีใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง
- จากลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าหากคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้
- 1) ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
 - 2) พัฒนาความคิด สร้างความท้าทายให้กับนักเรียน
 - 3) สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยนักเรียน และเป็นสถานการณ์ที่เกิดขึ้นได้จริง
 - 4) ใช้ทักษะการคิดคำนวณของคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานหลายวิธี

5.4 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมียุทธศาสตร์ประกอบที่สำคัญซึ่ง

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 25) ได้กล่าวว่าตัวแปรที่มีอิทธิพลในการแก้ปัญหามี 3 ประการ ได้แก่

1) ตัวผู้แก้ปัญหา (Subject variables) โดยคุณลักษณะที่สำคัญของผู้แก้ปัญหา ได้แก่ ความสามารถในการวิเคราะห์ สังเคราะห์และให้เหตุผล ความเข้าใจในการอ่าน ทักษะการคิดคำนวณ การเลือกใช้กลวิธีการแก้ปัญหา

2) ลักษณะของโจทย์ปัญหา (Task variables) ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ภาษาที่ใช้ขนาดของตัวเลขและตัวหนังสือความยาวของโจทย์และรูปแบบ หรือโครงสร้างความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา

3) วิธีการสอน (process variable) ที่ช่วยให้การสอนการแก้โจทย์ปัญหาได้ผลดีเป็นที่ยอมรับ คือ การฝึกคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยมุ่งเน้นกระบวนการทั้งหมดที่เกี่ยวข้องมากกว่าปรับปรุงองค์ประกอบหนึ่งของสมรรถภาพในการแก้ปัญหาเรียกเทคนิคนี้ว่า เทคนิคการสอนที่ประยุกต์การฝึกการรู้คิด (Cognitive Training)

วารี สีมิ่ง (2534: 21) ได้กล่าวถึง การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าผู้แก้ปัญหาคควรมีความสามารถในด้าน ต่อไปนี้

- 1) ความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ โดยการอ่านและการคิดความหมายโจทย์
- 2) ความสามารถในการมองเห็นว่าโจทย์ต้องการอะไรและกำหนดเงื่อนไขอย่างไร ให้ข้อมูลใดที่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบจากโจทย์
- 3) ความสามารถในการแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- 4) ความสามารถในการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายรูปแบบและสามารถเปลี่ยนวิธีการได้รวดเร็วเมื่อเห็นว่าวิธีเดิมไม่เหมาะสม
- 5) มีทักษะในการคิดคำนวณ
- 6) ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกฎ นิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์
- 7) ความสามารถในการกะ ประมาณคำตอบที่ได้ใกล้เคียงกับความจริง
- 8) ความถนัดทางการเรียนในด้านตัวเลข ความเข้าใจในการอ่าน ความถนัดเชิงความจำ และความสนใจในการจัดประเภท
- 9) ความมั่นใจในตนเอง ความอดทน และความอยากรู้อยากเห็น

นอกจากนี้ สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 24) ได้สรุปลักษณะผู้ที่จะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าควรมีทักษะและความสามารถที่จำเป็นดังนี้

- 1) ทักษะในการอ่าน คือ ความสามารถในการเข้าใจในสิ่งที่อ่าน
- 2) ทักษะในการคิดคำนวณ คือ ความสามารถในการคิดคำนวณพื้นฐาน และเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสม
- 3) ความสามารถในการสืบค้น คือ ความสามารถในการค้นหาข้อมูลไปในสถานการณ์ปัญหา บอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง มีเงื่อนไขอย่างไร และต้องการอะไร

4) ความสามารถในการสร้างข้อคาดเดา คือความสามารถในการคาดเดาถึงผลที่คาดว่าจะเกิดขึ้นจากการดำเนินการแก้ปัญหา และความสามารถในการเลือกวิธีที่จะใช้วิธีตรวจสอบข้อคาดเดา

5) ความสามารถในการวิเคราะห์คือความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปรากฏในสถานการณ์และวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลใดจำเป็น และจะต้องหาข้อมูลเพิ่มเติมอีกจึงจะสามารถแก้ปัญหาได้

6) ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาและตรวจสอบผล คือความสามารถในการบูรณาการทักษะและความสามารถต่าง ๆ ข้างต้นมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ส่วนกรมวิชาการ (2541 : 2-3) ได้สรุปองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาควรประกอบด้วย

1) การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองทะลุปัญหามี ความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2) การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไรรักษาแนวทางในการแก้ปัญหา

3) แก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาลงมือทำอย่างเป็นระบบ เพื่อความชำนาญมีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

4) การวิเคราะห์ ต้องรู้จักคิดวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5) สรุป เมื่อกระทำเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6) แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาทันที จะต้องมีความสร้างพลังความคิดได้แก่ เจตคติที่ดี ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7) การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่

8) การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

นอกจากความสามารถของตัวผู้แก้ปัญหาแล้ว ต้องคำนึงถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาด้วย ดังนั้นการเลือกโจทย์ปัญหาให้ให้เหมาะสมดังที่ ฟลิชเชอร์, นูซุม และ มอร์โซลา (Fleischner, Nuzum and Marzola 1987 อ้างถึง ใน กรรณิการ์ณ เฟ่งพิศ, 2545: 14) กล่าวถึง การพิจารณาว่าโจทย์ปัญหามีลักษณะเหมาะสมหรือไม่โดยดูจาก

1) ภาษาที่ใช้เป็นภาษาที่เข้าใจง่ายหรือคำศัพท์เฉพาะทางคณิตศาสตร์

2) ขนาดของตัวหนังสือและตัวเลขเหมาะสมกับวัยของผู้เรียนหรือไม่

3) ความยาวของโจทย์ปัญหา

4) รูปแบบและโครงสร้างของโจทย์ เป็นโจทย์โดยตรงหรือโดยอ้อมเป็นโจทย์ที่ใช้ในขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอน

5) ใช้ทักษะในการคำนวณคณิตศาสตร์พื้นฐาน (Basic Operation) หลายวิธีหรือเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยมาก่อนหรือไม่

อีกปัจจัยหนึ่งที่เป็นองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาที่ วิณา วัโรตมะวิษณุ (2523 : 111-112) ได้กล่าวไว้ ดังนี้

- 1) ประสบการณ์พื้นฐาน
- 2) ความสามารถในการอ่าน
- 3) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานคือบวกลบคูณหาร
- 4) บรรยากาศในชั้นเรียน
- 5) การกระตุ้นซึ่งควรให้ในลักษณะการบวกลบคูณหารรางวัลคำชมเชย เป็นต้น

สำหรับ ชาลิวสกี (อ้างถึงใน กมล ชื่นทองคำ, 2527:27) ได้ศึกษาและพบว่าองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย

- 1) ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความ กราฟ และตาราง
- 2) ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 3) สามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
- 4) การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
- 5) ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
- 6) ความสามารถในการคิดคำนวณ

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างที่จะช่วยให้การแก้ปัญหาประสบผลสำเร็จ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนในการแก้ปัญหานั้น ควรได้รับการฝึกฝนและพัฒนา ดังที่คณะกรรมการการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 14) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ จะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐาน และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ สามารถแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพและวิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุป นอกจากนี้ สุวร กาญจนมยุร (2544:50) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นได้ จะต้องอาศัยองค์ประกอบอื่นอีกหลายประการ ได้แก่

- 1) องค์ประกอบทางด้านภาษา ครูผู้สอนต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้
 - 1.1) ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน
 - 1.2) ทักษะในการจับใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหา แล้วสามารถแบ่งข้อความของโจทย์ปัญหาได้ว่าข้อความทั้งหมดมีกี่ตอน ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งกำหนดให้ หรือเป็นสิ่งที่โจทย์บอกและข้อความตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม
 - 1.3) เลือกใช้ความหมายของคำพูดต้องเจตนาของโจทย์ปัญหา
- 2) องค์ประกอบด้านความเข้าใจเป็นขั้นตีความ และแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหา ครูผู้สอนจะต้องฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในเรื่องต่อไปนี้
 - 2.1) ทักษะจับใจความ หมายถึง เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถบอกได้ว่าโจทย์ปัญหานี้กล่าวถึงอะไร โจทย์บอกอะไรและ โจทย์ถามอะไร
 - 2.2) ทักษะการตีความและแปลความ หมายถึงอ่านโจทย์ปัญหาแล้วนักเรียนสามารถตีความและแปลความจากโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
 - 2.3) ทักษะในการแต่งหรือสร้างโจทย์ปัญหา หมายถึงจากประโยคสัญลักษณ์ที่ตีความและแปลความในข้อ 2.2) นั้นนักเรียนแต่ละคนสามารถแต่งโจทย์ปัญหา หรือสร้างโจทย์ใหม่ในลักษณะคล้ายกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

- 3) องค์ประกอบด้านการคิดคำนวณขั้นนี้ นักเรียนแต่ละคนต้องมีความสามารถในเรื่อง
 - 3.1) ทักษะการบวก ลบ คูณ หารจำนวน
 - 3.2) ทักษะการยกกำลังและการหารากที่สอง รากที่สามของจำนวนได้
 - 3.3) ทักษะการแก้สมการ
- 4) การย่อความและสรุปความ ก่อนขึ้นแสดงวิธีทำ นักเรียนต้องฝึกทักษะต่อไปนี้
 - 4.1) มีทักษะในการย่อความ
 - 4.2) มีทักษะในการสรุปความ หมายถึง ฝึกสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์บอก
- 5) ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เป็นกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาและกระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองของแต่ละบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีกระบวนการเรียนรู้และสร้างความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการ ได้แตกต่างกัน บางคนเรียนรู้ได้ดี ถ้าเรียนรู้จากสื่อที่เป็นรูปธรรม บางคนเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว เพราะว่าวิธีการเรียนรู้ของแต่ละคนมีกระบวนการ และพลังความสามารถของสมองมีประสิทธิภาพที่แตกต่างกัน ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหานี้ว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก ครูผู้สอนต้องเริ่มในลักษณะที่ว่า ค่อย ๆ เป็น ค่อย ๆ ไปตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน โดยแบ่งนักเรียนในห้องหนึ่ง ๆ เป็น 3 ระดับ ความตามความสามารถ ได้แก่กลุ่มที่มีความสามารถสูงเรียนได้เร็ว กลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถปานกลางเรียนได้ตามปกติ และกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถระดับต่ำจะเรียนได้ช้ากว่าปกติ ฉะนั้นการฝึกแก้โจทย์ปัญหาต้องหาวิธีการคิดหลากหลายวิธี เช่น โดยการวาดภาพ โดยวิธีสร้างตาราง เป็นต้น

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 106) กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหา ดังนี้

- 1) ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหาข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
- 2) วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา
- 3) ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
- 4) การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง
- 5) การเริ่มต้นการแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน
- 6) ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ
- 7) ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากองค์ประกอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น เห็นได้ว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหานั้น จำเป็นต้องอาศัยองค์ประกอบที่สำคัญหลายประการโดยผู้แก้ปัญหาต้องมีความสามารถหลายด้าน เริ่มจากการทำความเข้าใจข้อมูลของโจทย์ แล้วทำการวิเคราะห์โจทย์ปัญหานั้นว่ามีกำหนดเงื่อนไขหรือข้อมูลใดมาบ้าง และต้องการให้แก้ปัญหายังไง จากนั้นต้องมีความสามารถในการคิดคำนวณและประสบการณ์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์โจทย์ปัญหาเพื่อตัดสินใจว่าจะเลือกวิธีการหาคำตอบวิธีใด เมื่อได้คำตอบแล้วก็ต้องสามารถตรวจสอบได้ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องตามเงื่อนไขของโจทย์หรือไม่ นอกจากนี้ผู้แก้ปัญหายังต้องส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาโดยคำนึงถึงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน และลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ใช้ วิธีการจัดการเรียนรู้ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญที่ครูต้องจัดการเรียนรู้และสร้างลักษณะโจทย์ปัญหาให้สอดคล้องกับความสามารถที่ต่างกันของนักเรียน

5.5 การส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ครูควรคิดหาวิธีการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีทักษะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งมีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้แนะนำวิธีการส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ไว้ดังนี้

แบร์ และ จอร์จ (Baur and George, 1976: 344-353) ได้เสนอแนวทางส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ ดังนี้

1) ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทั่วไปเป็นหลัก ซึ่งได้แก่ การแก้ปัญหาเริ่มมองเห็นปัญหา คว้าปัญหากำหนดอะไรมาให้ ต้องการให้หาอะไร จากนั้นจึงแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์เช่น เปลี่ยนปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ แก้ปัญหาและสุดท้าย คือการตรวจคำตอบที่ได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นแนวทางการคิดทำให้อย่างน้อยมีหลักในการทำที่จะช่วยให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น

2) ให้นักเรียนใช้เครื่องมือ (Tool) ที่แต่ละคนถนัดในการใช้แก้ปัญหา นักเรียนบางคนอาจจะเริ่มต้นด้วยสิ่งที่จับต้องได้เป็นรูปธรรม บางคนอาจถนัดวาดรูปประกอบ บางคนอาจถนัดเขียนสมการ

3) ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาวิธีการเฉพาะในการแก้ปัญหของตนเอง ถ้าครูพยายามบอกนักเรียนทำโจทย์แบบ ก ด้วยวิธี a จะไม่เป็นผลดีต่อความคิดสร้างสรรค์และแรงจูงใจที่จะแก้ปัญหาดังนั้นควรปล่อยให้เด็กใช้วิธีธรรมชาติของนักเรียน

4) นำเสนอปัญหาให้นักเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่หลากหลายไม่จำกัดเฉพาะโจทย์ที่เขียนในกระดาษเท่านั้น

5) ทุกครั้งที่มีโอกาส ควรพยายามชี้ให้นักเรียนเห็นเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งในห้องเรียน และนอกห้องเรียนว่าเป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์

6) กระตุ้นให้นักเรียนระลึกและพัฒนาวิธีการแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

7) นักเรียนที่แตกต่างกันควรทำโจทย์ปัญหาที่มีระดับความยากต่างกัน

8) ใช้โจทย์ปัญหาหลายรูปแบบที่แตกต่างจากหนังสือเรียนโดยปกติ เช่น โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข หรือไม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาก็ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาจากเหตุการณ์ที่กำหนด

9) พยายามทำให้การแก้ปัญหาล้วนหนึ่งของการเรียน ทักษะและมโนคติใหม่ ๆ เช่น การปิดเศษอาจจะเริ่มจากการวัดสิ่งต่าง ๆ

10) สร้างแรงจูงใจนักเรียนด้วยเกมปริศนา เนื่องจากนักเรียนจะกระตือรือร้นในการแก้โจทย์ปัญหาก็ต่อเมื่อมีแรงจูงใจ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 33-34) ได้เสนอแนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา โดยรวบรวมแนวความคิดของ เคลลาร์ (Chales, 1987), ทูลิคส์ และ รูติกส์ (Ktulic and rudinck, 1995), โพลยา (Polya, 1980), เฮอร์แมน และ บิชแทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1995) และ วิลสันต์ (Wilson, 1993) ซึ่งพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหามาของโพลยา (Polya, 1971: pp. 191-223) ไว้ดังนี้

1) การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1) พัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำการเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกตัวอย่างในการสอน ก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีการหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มอภิปราย รวมถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความเพียงพอหรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2) ใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่าย

1.3) ใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ฝึกให้นักเรียนวางแผนก่อนลงมือทำเสมอโดยมีวิธีการ ดังนี้

2.1) ครูไม่ต้องบอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2) ควรส่งเสริมให้คิดออกมามาก ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพและแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปราย เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาก็เกิดเหมาะสม

2.3) สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำอะไรสักอย่าง เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้น สำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4) จัดปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

2.5) ส่งเสริมให้รู้จักยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด และจะมีโอกาสได้ฝึกวางแผนมากขึ้น

3) การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องตีความทำความเข้าใจแผนก่อนนำไปปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ซึ่งครูสามารถฝึกฝนให้นักเรียนได้จากการทำแบบฝึกหัด โดยฝึกวางแผนการคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น นอกจากนี้ควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง ความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้ก่อนลงมือทำตามแผน

4) การฝึกความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตอนการตรวจสอบของการแก้ปัญหาคือครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ การมองย้อนกลับไปขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ ปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น อีกประเด็นหนึ่งคือการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุด การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีแนวทาง ดังนี้

4.1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบให้เป็นนิสัย

4.2) ฝึกให้คาดคะเนคำตอบและฝึกการตีความของคำตอบ

4.3) สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด โดยหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี

สิริพร ทิพย์คง (2536: 165-167) ได้กล่าวถึง หน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ ดังนี้

- 1) เลือกใช้ปัญหาที่กระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
- 2) ทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่มีครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนมาแล้ว
- 3) ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
- 4) ให้แบบฝึกหัดที่มีความยากปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
- 5) ทดสอบว่านักเรียนมีความเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
- 6) ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 7) ฝึกให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้อธิบายหรือเขียนแผนผังในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้ เพื่อช่วยให้เห็นแนวทางคิดแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น
- 8) ฝึกให้นักเรียนแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย เพื่อช่วยให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาได้

สรุปได้ว่า การส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหามีความสำคัญต่อการเรียนรู้ และค้นคว้ามาก เพื่อให้มองเห็นความสำคัญ ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการฝึกการแก้โจทย์ปัญหาทุกวัน โดยอาจใช้เวลาเป็นหนึ่งในสามเท่าของเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และควรวางแผนการจัดการเรียนรู้โดยกำหนดระยะเวลาที่ให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

6. แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

6.1 ความหมายของการสอนแบบบูรณาการ

ได้มีผู้อธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบูรณาการไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กูด (Good. 1973: 308) กล่าวว่า บูรณาการ หมายถึง กระบวนการหรือการปฏิบัติในการที่จะรวบรวมรายวิชาต่าง ๆ เข้าด้วยกันแล้วนำมาแสดงผลแสดงออกมาในเชิงกิจกรรมหรือโครงการเดียวกัน

ลาติซาร์บอล และคนอื่น ๆ (Lardizabal and Others. 1970: 141) กล่าวว่า การสอนแบบบูรณาการ หมายถึงการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ส่งผลให้เกิดการพัฒนาบุคลิกภาพในด้านต่าง ๆ นักเรียนสามารถปรับตัวและตอบสนองได้ในทุกสถานการณ์ การแก้ปัญหานี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความรู้พื้นฐานการสอน จะให้ความสำคัญกับครูและนักเรียนเท่าเทียมกัน การทำกิจกรรมในการทำงานร่วมกันอย่างเป็นประชาธิปไตย

วัฒนาพร ระจับทุกซ์ (2542: 141) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการ หมายถึงการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ โดยเชื่อมโยงระหว่างประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่ และเป็นประสบการณ์ตรงที่เชื่อมโยงทางสำคัญในวิชาการหลาย ๆ แขนงในลักษณะสหวิทยาการ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ กระบวนการคิด กระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการแสวงหาความรู้ ที่เชื่อมโยงทางหลักสูตรและวิธีสอนตลอดจนแนวคิดของผู้เรียนเพื่อให้เกิดความรู้แบบองค์รวมเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

สุदारวรรณ สุกเกษตร (2545:4) กล่าวว่า การบูรณาการกระบวนการเรียนรู้ คือ การเชื่อมโยงองค์ประกอบการเรียนรู้ทุกอย่างให้เข้ามาเกี่ยวข้องกัน มิได้แยกขาดออกเป็นส่วน ๆ คือ การบูรณาการจุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีสอน เนื้อหา สื่อต่าง ๆ กิจกรรม และผลลัพธ์การเรียนรู้ โดยครูผู้สอนเป็นผู้ทำการสอนรายวิชาและกิจกรรมวิชา โครงการต่าง ๆ ฯลฯ ที่เป็นเรื่องการเรียนรู้ทั้งหมด

สำลี รักสุทธี (254:26-27) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการ คือ การนำสิ่งที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันมาจัดรวมกันอย่างประสมกลมกลืน เป็นการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงศาสตร์หรือเนื้อหาวิชาต่าง ๆ ที่มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน เข้ามาผสมผสานเข้าด้วยกัน เพื่อให้เกิดความรู้ที่มีความหลากหลาย เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายยั่งยืน มีลักษณะเป็นองค์รวมและนำไปใช้ในชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ถวัลย์ มาศเจริญ (2546:69) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบบูรณาการ หมายถึง กระบวนการที่ผู้สอนใช้ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ มีการจัดประสบการณ์เรียนรู้ โดยการเชื่อมโยงระหว่างประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่ และเป็นประสบการณ์ตรงที่เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างวิชาสาขาต่าง ๆ ในลักษณะสหวิทยาการ โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ คิดแก้ปัญหา และแสวงหาความรู้ เชื่อมโยงหลักสูตร วิธีสอนและแนวคิดของผู้เรียนเพื่อให้เกิดความรู้แบบองค์รวม เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ทำได้ 2 วิธี คือ บูรณาการในวิชาและบูรณาการข้ามวิชา

พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ (2551 : 12-15) กล่าวว่า การเรียนการสอนแบบบูรณาการ หมายถึง การเชื่อมโยงรวมทั้งสอดแทรกเนื้อหาทักษะกระบวนการ ทักษะปฏิบัติของสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ กับหัวเรื่องที่ต้องการสอนอย่างเหมาะสมหรืออย่างสมดุลหรืออย่างสมบูรณ์ การเชื่อมโยงดังกล่าวทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาปัญญาด้านต่าง ๆ หรือกล่าวว่า เป็นการพัฒนาของปัญญา (multiple intelligences) นั้นเอง

จัดการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มีการผสมผสานศาสตร์หรือเนื้อหาที่มีความเชื่อมโยงเข้าด้วยกัน โดยยึดความเหมาะสมและความสนใจของผู้เรียนเป็นสำคัญ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวัน

6.2 การบูรณาการเชิงวิธีการ

ฟราซี และรูดนิทสกี (Frazee; & Rudnitski. 1995: 137-141) กล่าวว่า ลักษณะการเรียนรู้แบบบูรณาการ (Forms of integration) มีรูปแบบ ดังต่อไปนี้

1) แบบวิทยาการพื้นฐาน (Discipline-base) เป็นรูปแบบที่ผู้สอนในวิชาหนึ่งสอดแทรกเนื้อหาของวิชาอื่น ๆ เข้าไปในการสอนของตน เป็นการวางแผนการสอนและสอนโดยผู้สอนคนเดียว

2) แบบคู่ขนาน (Parallel) เป็นรูปแบบที่ผู้สอนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป สอนต่างวิชากันแต่วางแผนการสอนร่วมกัน โดยระบุสิ่งที่สอนร่วมกันและตัดสินใจว่า หัวเรื่อง มโนทัศน์ ปัญหาเดียวกันนั้น จะสอนอย่างไรในวิชาของแต่ละคน งานที่มอบหมายให้ผู้เรียนทำจะต่างกันไปในแต่ละวิชา

3) แบบพหุวิทยาการ (Multidisciplinary) เป็นรูปแบบที่ผู้สอนต่างวิชามาร่วมกันสอนเป็นทีม ร่วมวางแผนและกำหนดหัวเรื่อง ปัญหาาร่วมกัน และดำเนินการสอนผู้เรียนกลุ่มเดียว มอบหมายงานหรือโครงการให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันเป็นงานใหญ่ชิ้นเดียว

4) แบบสหวิทยาการ (Interdisciplinary) เป็นการสอนที่ผู้สอนแต่ละคนต่างสอนวิชาของตนเอง ไม่ได้ออกแบบให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันระหว่างต่างวิชา แต่จะมีการสอนแบบบูรณาการเฉพาะที่ระบุไว้ในแต่ละวิชาเท่านั้น ผู้สอนแต่ละคนในต่างวิชาไม่ได้มีการแบ่งกิจกรรมของผู้เรียนด้วยกันเพียงแต่ให้เวลาและมอบหมายงานหรือปัญหาให้ผู้เรียนกับไปดำเนินการกันเอง

5) แบบบูรณาการ (Integrated) เป็นการบูรณาการทั้งเนื้อหา ทักษะ เจตคติ และความเชื่อ ตลอดจนเนื้อหา ทำให้เป็นการสอนที่ต้องอาศัยความหลากหลายวิธีที่สามารถเป็นไปได้ ผู้เรียนสามารถเลือกที่จะฝึกในสิ่งที่ต้องการจะเรียนรู้ตามความถนัดและความสนใจของตนเองอย่างอิสระ

สิริพัชร เจษฎาวิโรจน์ (2546:26-28) กล่าวว่า การบูรณาการเชิงวิธีการ เป็นการผสมผสานวิธีการสอนแบบต่าง ๆ เข้าในการสอน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้วิธีสอนหลาย ๆ วิธี ใช้สื่อการเรียนการสอนแบบสื่อผสม ใช้เทคนิคการจัดกิจกรรมที่หลากหลายให้นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และฝึกปฏิบัติอย่างสัมพันธ์กันมากที่สุด เช่น ในการจัดการเรียนรู้เรื่องภูมิปัญญาไทย ครูสามารถบูรณาการเชิงวิธีการด้วยการใช้เทคนิคหรือวิธีการต่าง ๆ ได้หลายวิธี ดังนี้

1) การสนทนา ครูอาจเริ่มสอนด้วยการสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถของคนไทยในการประดิษฐ์งานฝีมือด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนเห็นในท้องถิ่นให้นักเรียนยกตัวอย่างผลงานต่าง ๆ ที่เป็นของคนไทย พร้อมทั้งบอกว่าเป็นผลงานทางด้านใด

2) การอภิปราย หลังจากที่ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับความสามารถและผลงานด้านต่าง ๆ ของคนไทยแล้ว ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความหมายของคำว่า “ภูมิปัญญาไทย” และช่วยกันอภิปรายความสำคัญของภูมิปัญญาไทย การเผยแพร่ผลงาน การสืบทอดภูมิปัญญาไทย

3) การใช้คำถามเป็นวิธีการที่ครูนิยมใช้กันมากและใช้ตลอดเวลา หรือจะให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยวิธีการใดก็ตามจะมีวิธีการใช้คำถามแทรกอยู่เสมอ โดยครูอาจเป็นผู้เลือกใช้คำถาม หรือนักเรียนใช้คำถามถามนักเรียนด้วยกันเองก็ได้ เป็นการสับเปลี่ยนบทบาทการพูด

4) การบรรยาย ครูอาจบรรยายเสริมความรู้ให้แก่ นักเรียนบ้าง ในกรณีที่นักเรียนยังได้ความรู้ไม่ครบ หรือประเด็นที่นักเรียนยังไม่ได้กล่าวถึง เช่น ภูมิปัญญาไทยด้านอื่น ๆ หรือตัวอย่างบุคคลที่ได้รับการยกย่องว่าเป็นผู้สืบทอดภูมิปัญญาไทยในด้านต่าง ๆ เป็นต้น

5) การค้นคว้าและการทำงานกลุ่มครูให้นักเรียนร่วมกันค้นคว้าเกี่ยวกับปัจจัยพื้นฐานและผลกระทบจากภายนอกที่มีอิทธิพลต่อการสร้างสรรค์ภูมิปัญญาไทยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ประเภทของภูมิปัญญาไทย ลักษณะของภูมิปัญญาไทยในท้องถิ่นต่าง ๆ โดยให้ทำงานเป็นกลุ่ม เมื่อได้ข้อมูลมาแล้ว ให้นักเรียนจัดการกับข้อมูลเพื่อเตรียมนำเสนอต่อไป

6) การไปศึกษานอกห้องเรียน การไปศึกษานอกห้องเรียนอาจเป็นไปได้หลายลักษณะ เช่น การไปค้นคว้าหาข้อมูลในห้องสมุด การไปสัมภาษณ์ผู้รู้ หรือการไปค้นคว้าจากแหล่งเรียนรู้อื่น ๆ นอกโรงเรียนเกี่ยวกับเรื่องภูมิปัญญา เพราะบางครั้งข้อมูลที่อยู่นอกห้องเรียนมีมากกว่าในห้องเรียน และเพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และประสบการณ์โดยตรง แล้วนำข้อมูลจัดการต่อไป

7) การนำเสนอข้อมูล เมื่อนักเรียนวางแผนและจัดการข้อมูลเสร็จแล้ว นักเรียนควรวางแผนการนำเสนอข้อมูล ซึ่งนักเรียนสามารถนำเสนอได้หลายวิธี เช่น การรายงานในรูปแบบต่าง ๆ การจัดป้ายนิเทศ การแสดงบทบาทสมมติ การแสดงละคร หรือการเล่นเกมโชว์ แล้วแต่ความคิดเห็นของกลุ่มนักเรียน

สุคนธ์ธา ธรรมพุทโธ (2552: 17) การสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการ คือ การผสมผสานวิธีการสอนแบบต่าง ๆ เพื่อนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิคการนำเสนอผสมเทคนิคการจัดกิจกรรมที่หลากหลายและเหมาะสมกับเนื้อหาให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้และฝึกปฏิบัติได้อย่างเต็มศักยภาพ

สุกัลยา อุบลรัตน์ (2554 :21) กล่าวว่า การบูรณาการเชิงวิธีการเป็นการผสมผสานวิธีการสอนตั้งแต่ 2 วิธีขึ้นไป รายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้วิธีสอนหลาย ๆ วิธี ใช้สื่อการเรียนรู้แบบประสมเทคนิคการจัดกิจกรรมที่หลากหลายช่วยนักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และฝึกปฏิบัติอย่างสัมพันธ์กันมากที่สุด

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการ คือ การจัดการเรียนการสอนที่มีการผสมผสานวิธีการสอนหรือเทคนิคการสอนที่มีการเชื่อมโยงกันเข้าด้วยกันโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายตามความเหมาะสมและความสนใจของผู้เรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพและสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวัน

6.3 จุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการ

ลาติซาร์บอล และคนอื่นๆ (Lardizabal and Others.1970:142) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายในการสอนแบบบูรณาการ ไว้ดังนี้

- 1) เพื่อพัฒนาและส่งเสริมให้เด็กรู้สึกปลอดภัย มีความพึงพอใจ Become รู้สึกเป็นส่วนหนึ่งของหมู่คณะและได้รับการยอมรับจากผู้อื่น
- 2) เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน
- 3) ช่วยพัฒนาค่านิยม บรรยากาศในชั้นเรียน จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนา จริยธรรม มาตรฐานการทำงาน มาตรฐานของกลุ่ม ความซาบซึ้งในการทำงานและความซื่อสัตย์
- 4) ช่วยพัฒนาวินัยในตนเอง โดยส่งเสริมความสามารถในการทำงานและการควบคุมอารมณ์ของผู้เรียน
- 5) ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ พัฒนาการแสดงออกทางด้านศิลปะ ดนตรีและการละคร ฯลฯ เช่นเดียวกันกับทางด้านสังคม วิทยาศาสตร์ และวรรณคดี
- 6) ช่วยนักเรียนมีโอกาสได้ร่วมกิจกรรมในสังคม เต็มใจที่จะทำงานร่วมกับกลุ่มและเป็นสมาชิกที่ดีของกลุ่ม
- 7) ช่วยวัดผลการเรียนรู้ โดยการแนะนำวิธีตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนรู้แก่ผู้เรียนทั้งรายบุคคลและกลุ่ม

เอ็กเก้น และคัวซัค (Eggen; & Kauchak. 2001:193-194) กล่าวว่า รูปแบบการสอนแบบบูรณาการถูกกำหนดด้วยเป้าหมายซึ่งทำให้บรรลุผลสำเร็จ 2 ข้อ ข้อแรกรูปแบบการสอนแบบบูรณาการช่วยให้นักเรียนสร้างความรู้และความเข้าใจของเนื้อหาที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างข้อเท็จจริง ความคิดหลักการทั่วไป ได้อย่างลึกซึ้ง และข้อที่สองคือ เป็นรูปแบบที่ดำเนินการด้วยความคิดอย่างมีเหตุผล การคิดที่เป็นขั้นตอนและการคิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ โดยนักเรียนได้ฝึกหัดในการหารูปแบบ การอธิบายการตั้งสมมติฐาน การหากฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป ซึ่งตรวจสอบยืนยันได้ด้วยเอกสารของนักเรียน

สิริพัชร์ เจษฎาวิโรจน์ (2546 : 16-17) กล่าวว่า จุดมุ่งหมายของการบูรณาการหลักสูตรและการสอนแบบบูรณาการ มีดังนี้

1) เพื่อให้นักเรียนเกิดการตระหนักรู้ว่า การเรียนทุกสิ่งมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันในชีวิตคนเรา ทุกสิ่งทุกอย่างจะเกี่ยวข้องกันอยู่เสมอ หลักสูตรบูรณาการจะมีความสัมพันธ์กับชีวิตของนักเรียนมากกว่า และนักเรียนจะเกิดแรงจูงใจในการเรียนมากกว่าหลักสูตรแบบเดิม

2) เพื่อให้นักเรียนเป็นผู้ที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ซึ่งในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องอาศัยความรู้จากหลายสาขาวิชาในเวลาเดียวกัน

3) เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยตรงอย่างมีจุดหมายและมีความหมาย นักเรียนมีส่วนร่วมในการตัดสินใจ การแสดงความคิดเห็นในการจัดการเรียนการสอนและช่วยสร้างความเข้าใจให้นักเรียนอย่างลึกซึ้ง

4) เพื่อตอบสนองความสนใจของนักเรียนแต่ละคน ด้วยการเรียนรู้ตามเอกัตภาพ ออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามที่ต้องการจะรู้ บรรยากาศในชั้นเรียนจะไม่เครียด สามารถกระตุ้นให้นักเรียน เรียนอย่างสนุกสนานและบรรลุผลในการเรียนมากขึ้น

5) มีการถ่ายโอนและค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาสาระ ความคิด ทักษะ และเจตคติ ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความคิดรวบยอดที่เรียนได้อย่างลึกซึ้ง เป็นระบบ และถ่ายโอนความเข้าใจจากเรื่องหนึ่งไปอีกรื่องหนึ่งได้ดี

6) ส่งเสริมการเรียนรู้ที่เกิดการทำงานร่วมกัน ให้นักเรียนรู้สึกปลอดภัย มีความพึงพอใจ มีความรู้สึกเป็นส่วนหนึ่งของหมู่คณะ และยอมรับผู้อื่นเต็มใจที่จะทำงานร่วมกับกลุ่มและเป็นสมาชิกที่ดีของกลุ่ม

7) ช่วยพัฒนาค่านิยม คุณธรรม จริยธรรม มาตรฐานการทำงาน วินัยในตัวเอง ส่งเสริมความสามารถในการทำงาน และการควบคุมอารมณ์ของผู้เรียน

8) ช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ และพัฒนาการแสดงออกทางด้านศิลปะ ดนตรี ไปพร้อม ๆ กับทางด้านความรู้ เนื้อหาสาระ อีกทั้งให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ร่วมกิจกรรมในสังคม

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2546:126) กล่าวว่า วัตถุประสงค์หรือจุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการมีดังนี้

1) เพื่อให้ผู้เรียนได้รับสาระความรู้แบบองค์รวมที่เชื่อมโยงสัมพันธ์กันจากหลากหลายสาขาวิชา

2) เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น ทักษะกระบวนการกลุ่ม ทักษะการคิด การแก้ปัญหา การอภิปราย การสรุป เป็นต้น

3) เพื่อส่งเสริมความสามารถของผู้เรียนที่มีความแตกต่างกันในด้านต่าง ๆ ที่เรียกว่า พหุปัญญา (Multiple intelligences)

4) ได้ผู้เรียนสามารถแสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากการที่นักวิชาการหลายท่านได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการไว้นั้นสรุปได้ว่า จุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการ มีดังนี้

1) เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้แบบองค์รวมเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

2) ฝึกกระบวนการเรียนรู้ในรูปแบบต่าง ๆ รู้จักแสวงหาความรู้ และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้

3) เป็นการส่งเสริมการทำงานร่วมกันเป็นหมู่คณะ รู้จักการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น และเห็นคุณค่าของตนเอง

6.4 ประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการ

เอ็กเก้น และคัวซัค (Eggen; & Kauchak. 2001: 193-194) กล่าวว่า รูปแบบการสอนแบบบูรณาการ ทำให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการเรียนเพิ่มมากขึ้น ซึ่งเป็นผลที่เกี่ยวกับการสร้างความน่าสนใจให้มากขึ้น และเน้นให้นักเรียนเกิดการคิดและเข้าใจเนื้อหาอย่างลึกซึ้ง ทั้งยังเป็นการให้นักเรียนเพิ่มความสามารถที่ทำให้เกิดผลด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ทางสังคมให้กับนักเรียนอีกด้วย

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2542: 50) กล่าวว่า ประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการ มีดังนี้

1) เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถจำความรู้ที่เรียนได้นาน (retention) ซึ่งจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิมและประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

2) ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน (participate) ทั้งด้านร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และสังคม เป็นการพัฒนาทุกด้าน

3) ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมตามประสบการณ์ชีวิตของตนเองและเป็นประสบการณ์ชีวิตจริงของผู้เรียน

4) ผู้เรียนได้ฝึกทักษะต่าง ๆ ซ้ำหลายครั้งโดยไม่เบื่อหน่าย

5) ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดระดับสูง คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ คิดแก้ปัญหา คิดริเริ่มอย่างสร้างสรรค์

6) ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการทำงานกลุ่มตั้งแต่สองคนขึ้นไป จนถึงเพื่อนทั้งชั้นเรียนที่กำหนดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะมนุษยสัมพันธ์

7) ผู้เรียนจะได้สร้างจินตนาการตามเรื่องที่กำหนด เป็นการเรียนรู้ด้านธรรมชาติ เศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม การเมือง วิถีชีวิต ผสมผสานกันไป อันเป็นสภาพจริงของชีวิต

8) ผู้เรียนได้เรียนรู้จากสิ่งใกล้ตัวไปสู่สิ่งไกลตัว เช่น เรียนเกี่ยวกับตัวเรา บ้าน ครอบครัว ชุมชน ประเทศไทย ประเทศเพื่อนบ้านทั่วโลก ตามระดับความซับซ้อนของเนื้อหาและสติปัญญาของผู้เรียน

9) ผู้เรียนได้เรียนอย่างมีความสุข สนุกสนาน เห็นคุณค่าของงานที่ทำ และงานที่นำไปเสนอต่อเพื่อน ต่อชุมชน ทำให้เกิดความตระหนัก เห็นความสำคัญของการเรียนรู้ด้วยตนเอง

ทิสนา แซมณี (2546 : 50-51) กล่าวว่า ประโยชน์ของการบูรณาการหลักสูตรและการบูรณาการมีดังนี้

1) ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาในลักษณะองค์รวม มองเห็นความสัมพันธ์และข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว กระตุ้นผู้เรียนให้มีความรู้ทั้งด้านลึกและกว้าง มีทัศนะด้านความคิดที่กว้างไกล ลดความซับซ้อนของเนื้อหาวิชา

2) ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง โดยผสมผสานความรู้ คุณธรรม ค่านิยม คุณลักษณะอันพึงประสงค์และเจตคติที่ดี เป็นการเพิ่มศักยภาพของผู้เรียนให้เรียนรู้ทักษะชีวิต และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

3) ส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้หลายรูปแบบที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ส่งเสริมกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ การประยุกต์ความรู้ และการนำทักษะต่าง ๆ มาใช้เพื่อการแก้ปัญหา

- 4) ส่งเสริมการปกครองระบอบประชาธิปไตย รู้จักเคารพสิทธิเสรีภาพของผู้อื่นได้คำนึงถึงความคิดเห็นและประโยชน์ของส่วนรวม
 - 5) ช่วยแก้ปัญหาด้านการขาดครูที่สอนในแต่ละวิชา
 - 6) ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจสภาพปัญหาในสังคมได้ดี พิจารณาปัญหาอย่างกว้าง ๆ โดยใช้ความรู้อย่างหลากหลายที่สัมพันธ์กัน เพื่อส่งเสริมให้เกิดทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาและส่งเสริมการค้นคว้าวิจัย
 - 7) ช่วยทำให้การศึกษาและการสอนมีคุณค่ามากขึ้น ช่วยเน้นการพัฒนาทักษะที่จำเป็นให้เกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องขึ้น และสามารถปลูกฝังค่านิยมที่พึงประสงค์
 - 8) ส่งเสริมการพัฒนา ค่านิยมและบรรยากาศในชั้นเรียน เป็นการช่วยพัฒนาวินัยในตนเอง ส่งเสริมความสามารถในการทำงานและควบคุมอารมณ์ของผู้เรียน
 - 9) ส่งเสริมการคิดสร้างสรรค์ในด้านต่าง ๆ และเกิดความสนุกสนานในการเรียนรู้ที่หลากหลาย
- สิริพัทธ์ เจษฎาวีโรจน์ (2546 : 22-23) กล่าวว่า ประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการ มีดังนี้
- 1) ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาในลักษณะองค์รวม มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาวิชา ทำให้นักเรียนระลึกถึงข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความรู้สึกรักทั้งลึกและกว้าง ทำให้เป็นผู้ที่มีทัศนะกว้างไกล ลดความซับซ้อนของเนื้อหาสาระวิชา และทำให้มีเวลาเรียนมากขึ้น
 - 2) ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง โดยผสมผสานความรู้ คุณธรรม ค่านิยม คุณลักษณะอันพึงประสงค์ และมีเจตคติที่ดี เป็นการเพิ่มศักยภาพของผู้เรียนได้อย่างเต็มที่ ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการเรียนรู้ตลอดชีวิต และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ
 - 3) ส่งเสริมให้เกิดกิจกรรมการเรียนรู้หลากหลายรูปแบบที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ส่งเสริมกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา และการประยุกต์ใช้ทักษะต่าง ๆ
 - 4) ส่งเสริมการปกครองระบอบประชาธิปไตย รู้จักเคารพสิทธิเสรีภาพของผู้อื่น โดยคำนึงถึงความคิดเห็นและผลประโยชน์ของส่วนรวมเป็นหลัก
 - 5) ช่วยแก้ปัญหาด้านการขาดครูสอนในแต่ละรายวิชา
 - 6) ช่วยทำให้ผู้เรียนเข้าใจสภาพและปัญหาสังคมได้ดีกว่า สามารถพิจารณาปัญหา และที่มาของปัญหาอย่างกว้าง ๆ ใช้ความรู้อย่างหลากหลายมาสัมพันธ์กัน ส่งเสริมให้เกิดทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาทั้งผู้เรียนและผู้สอน รวมทั้งส่งเสริมการค้นคว้าวิจัย
 - 7) ช่วยทำให้การสอนและการให้การศึกษา มีคุณค่ามากขึ้น สามารถช่วยเน้นการพัฒนาทักษะที่จำเป็นให้เกิดความคิดรวบยอดที่กระจ่างขึ้น ถูกต้อง และสามารถปลูกฝังค่านิยมที่พึงประสงค์อีกด้วย
 - 8) ส่งเสริมให้นักเรียนมีความพึงพอใจ การยอมรับผู้อื่น การรู้สึกเป็นส่วนหนึ่งของหมู่คณะ และเกิดการเรียนรู้จากการกระทำร่วมกัน
 - 9) ช่วยเสริมการพัฒนา ค่านิยมและบรรยากาศในชั้นเรียน เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาวินัยในตนเอง ส่งเสริมความสามารถในการทำงานและควบคุมอารมณ์ของผู้เรียน
 - 10) ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ในด้านต่าง ๆ และเกิดความสนุกสนาน เพราะได้เรียนรู้หลายด้าน

จากการศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการข้างต้น สรุปได้ว่าประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการ มีดังนี้

- 1) ช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาอย่างลึกซึ้ง
- 2) ผู้เรียนสามารถนำทักษะที่เกิดจากประสบการณ์มาใช้ในการแก้ปัญหา
- 3) เป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ร่วมกันในหมู่คณะ
- 4) ผู้เรียนเห็นคุณค่าของความรู้ที่ได้รับ มีค่านิยมที่พึงประสงค์

6.5 ข้อควรคำนึงในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

เอ็กเก้น และคัวซัค (Eggen; & Kauchak. 2001:193-194) กล่าวว่า สิ่งที่ควรพิจารณาหรือควรคำนึงถึงในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ มีดังนี้

- 1) ผู้เรียนมีความสำคัญมากกว่าเนื้อหาวิชา เน้นการพัฒนาบุคลิกภาพ คำนึงถึงการเรียนรู้ทั้งด้านร่างกาย สังคม อารมณ์และสติปัญญา
- 2) หน่วยการเรียนรู้ที่ต้องใช้เวลาในการทำกิจกรรมข้ามวันจะดีกว่าหน่วยการเรียนรู้ที่เสร็จในเวลาเรียน
- 3) กิจกรรมการเรียนรู้ควรเป็นปัญหาในชีวิตจริง คำนึงถึงความต้องการ ความสนใจของผู้เรียนเป็นเกณฑ์
- 4) ในการเรียนการสอนควรใช้กระบวนการกลุ่ม
- 5) กิจกรรมในการเรียนการสอนใช้กระบวนการประชาธิปไตย
- 6) คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน
- 7) สร้างบรรยากาศในชั้นเรียนในการทำงานให้เป็นที่พึงพอใจของผู้เรียน

ฟราซี และรูดนิทสกี (Frazee; & Rudnitski. 1995 : 142) กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงในการเลือกจัดการเรียนรู้ในแต่ละระดับของการบูรณาการ สรุปได้คือจำเป็นต้องมีการเรียนหรือการฝึกปฏิบัติที่เหมาะสมกับบริบทสิ่งแวดล้อมรอบตัว ต้องมีความสอดคล้องกับความต้องการของนักเรียนที่มีอยู่หลากหลาย คำนึงถึงความเชื่อมโยงของเนื้อหาทั้งภายในและภายนอกวิชา หรืออาจจะเชื่อมโยงกับครูผู้สอนวิชาอื่น ๆ และวางแผนจัดการเรียนรู้ให้ต่อเนื่องกัน เช่น ถ้าเป็นการสอนโดยครูผู้สอนคนเดียวก็อาจจะมีการกำหนดรายละเอียดในการสอนแต่ละครั้งให้ชัดเจน

ออร์ทัย มูลค่า และคณะ (2542: 13) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการจะต้องคำนึงถึงหลักการสำคัญ 5 ประการประกอบด้วยเสมอ ซึ่งได้แก่

- 1) การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนอย่างกระตือรือร้น
- 2) การส่งเสริมให้นักเรียนได้ร่วมทำงานกลุ่มด้วยตนเอง ด้วยการส่งเสริมให้มีกิจกรรมกลุ่มลักษณะต่าง ๆ หลากหลายในการเรียนการสอน และส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ลงมือทำกิจกรรมต่าง ๆ อย่างแท้จริงด้วยตนเอง
- 3) จัดประสบการณ์ตรงให้แก่ผู้เรียน โดยให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย ต้องกับความจริง สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างได้ผล และส่งเสริมให้มีโอกาสได้ปฏิบัติจริงจนเกิดความสามารถและทักษะที่ติดเป็นนิสัย

4) จัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกล้าคิด กล้าทำ โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสที่จะแสดงออกซึ่งความรู้สึกล้าคิดของตนเองต่อสาธารณชน หรือเพื่อนร่วมชั้นเรียน ทั้งนี้ เพื่อส่งเสริมความมั่นใจให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

5) เป็นการปลูกฝังจิตสำนึก ค่านิยม และจริยธรรมที่ถูกต้องดีงาม ให้นักเรียนสามารถจำแนกแยกแยะความถูกต้องดีงามและความเหมาะสมได้ สามารถขจัดความขัดแย้งได้ด้วยเหตุผล มีความกล้าหาญทางจริยธรรม และแก้ไขปัญหาได้ด้วยปัญญาและสามัคคี

สิริพัทธ์ เจษฎาวีโรจน์ (2546: 84-85) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1) ผู้เรียนมีความสำคัญมากกว่าเนื้อหาสาระ ฉะนั้นควรเน้นพัฒนาบุคลิกภาพในทุก ๆ ด้าน การเสริมสร้างความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ชัดเจน

2) หัวเรื่องต้องสัมพันธ์กับเรื่องอื่นได้อย่างกว้างขวาง หัวข้อย่อย ความคิดรวบยอดที่จะนำมาบูรณาการกันนั้นควรอยู่ในระดับที่เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน

3) กิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นปัญหาในชีวิตประจำวันและต่อเนื่องกัน จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนรู้จักสังเกต วิเคราะห์ วิวิจารณ์ และอธิบายด้วยเหตุผล ใช้กระบวนการกลุ่มและกระบวนการทางประชาธิปไตย

4) สร้างบรรยากาศในชั้นเรียนและนอกห้องเรียนให้ทำทหายได้รับความสนใจของผู้เรียน ให้ผู้เรียนเรียนด้วยความสบายใจ

5) จัดประสบการณ์ตรงให้แก่ผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม เข้าใจง่าย ส่งเสริมให้มีโอกาสปฏิบัติจริงจนเกิดความสามารภและทักษะที่ติดเป็นนิสัย

6) ในการสอนแต่ละครั้ง ควรสอดแทรกคุณสมบัติที่ต้องการเน้นในตัวผู้เรียน ครูควรเป็นแบบอย่างในการแสดงพฤติกรรมที่มีการบูรณาการให้นักเรียนเห็น

จากการศึกษาเกี่ยวกับข้อควรคำนึงในการสอนแบบบูรณาการ พบว่ามีข้อควรคำนึงในการสอนแบบบูรณาการ ดังนี้

1) ครูผู้สอนต้องเน้นความเหมาะสมของผู้เรียนโดยคำนึงถึงการมีส่วนร่วม

2) ครูผู้สอนต้องเลือกกิจกรรมที่จะนำมาบูรณาการโดยเป็นรูปแบบกิจกรรมที่มีความใกล้ตัวผู้เรียน และเป็นกิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน เน้นการมีส่วนร่วมและทำทหายความสามารถของผู้เรียน

3) ครูผู้สอนต้องสร้างบรรยากาศในการเรียนให้ทำทหายและเร้าความสนใจของผู้เรียน

4) ครูผู้สอนควรเป็นแบบอย่างในการแสดงพฤติกรรมบูรณาการ และคอยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้อย่างใกล้ชิด

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับพัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ โดยใช้โจทย์ปัญหาบูรณาการวิทยาศาสตร์ ทั้งงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศ เพื่อศึกษาถึงรูปแบบและวิธีการที่ประสบความสำเร็จในการพัฒนานักเรียน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

ในปี พ.ศ. 2550 ประทีป ยอดเกตุ ศึกษาการพัฒนาสื่อส่งเสริมชุดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาภาษาไทย เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดบ้านดง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพิษณุโลก เขต 1 พบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รัศมี ประทุมมา (2550 : 81-82) ศึกษาการฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดำรงสินอุทิศ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาลพบุรี เขต 5 โดยใช้แบบฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ ด้านองค์ประกอบของสิ่งที่กำหนดให้ความเหมือนกันของสิ่งที่กำหนดให้ ความแตกต่างของสิ่งที่กำหนดให้ความสัมพันธ์เชิงเหตุผล พบว่าแบบฝึกที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการส่งเสริมการคิดสูงขึ้น กล่าวคือนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จุฑารัตน์ ศรีสารคาม (2553 : 94-95) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านบ่อน้อย หนองจั่วสว่างวิทย์ โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะ 5 ขั้น (5Es) ในการพัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์ที่มีกิจกรรมต่าง ๆ เชื่อมโยงเข้ากับสภาพวิถีชีวิตจริงของนักเรียนที่สามารถกระตุ้นการคิดวิเคราะห์ ช่วยให้เกิดการเรียนรู้โดยเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่เข้าสู่โครงสร้างทางปัญญา ทำให้นักเรียนสามารถลงความรู้อะไรและจัดลำดับความคิด เพื่อเชื่อมโยงความรู้ทำให้เกิดความเข้าใจเป็นการเรียนรู้อย่างมีเป้าหมาย สามารถรวบรวมข้อมูลหรือความรู้ที่ได้อย่างเป็นระบบ ซึ่งทำให้สรุปเรื่องที่เรียนรู้ได้เป็นอย่างดี และช่วยพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนได้ นักเรียนมีความสามารถในการแยกแยะข้อมูล ตีความสร้างความเข้าใจ มีเหตุผล ช่างสังเกต ช่างสงสัย ช่างถาม สามารถหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล ค้นหาคำตอบได้ว่า อะไรเป็นสาเหตุของเรื่องนั้นเชื่อมกับสิ่งนี้ได้อย่างไร เรื่องนี้ใครเกี่ยวข้องส่งผลกระทบต่ออย่างไร มีองค์ประกอบใดบ้างที่นำไปสู่สิ่งนั้น มีวิธีการขั้นตอนที่ทำให้เกิดสิ่งนั้นได้อย่างไร มีแนวทางการแก้ไขอย่างไรบ้าง ถ้าทำเช่นนี้จะเกิดอะไรขึ้นในอนาคต ลำดับเหตุการณ์และสรุปบทเรียนได้อย่างมั่นใจและนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 มีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกในระดับมากที่สุด

ถวิล ดงเรื่องศรี (2553 : 91-92) ได้ทำการวิจัย เรื่องการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัย พบว่าประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเท่ากับ 86.46/85.00 ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เมื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 ดังนั้นประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะ

การคิดวิเคราะห์ สารการเรียนรู้ภาษาไทย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเท่ากับ 0.7308 แสดงว่านักเรียนมีความรู้หลังเรียนเพิ่มขึ้น 0.7308 หรือคิดเป็นร้อยละ 73.08 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์โดยรวมทุกด้านอยู่ในระดับดีมาก

สิริมา สาระพล (2547:117-127) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ โดยการใช้ตัวแทน (Representations) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ โดยการใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 87.94/85.01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอน โดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าการได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นอกจากนี้ยังพบอีกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทนมีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

สุรชัย จามรเนียม (2548 : 86-91) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหาสูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุคนธ์ธา ธรรมพุทธโธ (2552 : 86-91) และเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมการทำงานกลุ่มกับเกณฑ์ หลังจากการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการกระบวนการกลุ่ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ รัชดา แขวงห้วยขวาง เขตห้วยขวาง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการ ที่เน้นกระบวนการกลุ่มมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการเชิงวิธีการที่เน้นกระบวนการกลุ่มมีผลการประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่มอยู่ในเกณฑ์ระดับดี

งานวิจัยต่างประเทศ

LUMPHIR PO (2007 : 354-355) ได้ศึกษาผลการเรียนการสอนทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ที่มีผลต่อความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน เกรด 5 และ เกรด 6 มีความสามารถไม่แตกต่างกัน โดยนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน

Wallach Vaw (2007 : 346-348) ได้ศึกษาติดตามผลในระยะยาวของเฟส ซึ่งพบว่าผู้ชายใช้แบบการคิดวิเคราะห์สูง ซึ่งมักเป็นพวกมีสติปัญญาสูงกว่าพวกที่มีการคิดวิเคราะห์ต่ำ สติปัญญาก็ต่ำ และคนที่คิดเชื่อมโยงมาก ๆ จะเป็นพวกช่วยเหลือตัวเองไม่ได้

Kakan (2008 : 135-136) ได้ศึกษาแบบการคิดวิเคราะห์ที่เชื่อมโยงความสัมพันธ์กับการเรียนแบบร่วมมือ โดยแบ่งการคิดออกเป็น 3 แบบ คือการคิดเชื่อมโยง คิดแบบวิเคราะห์ และการคิดแบบแยกแยะประเภท โดยเลือกใช้ชุดคำถามจากรูปภาพ ซึ่งปรากฏว่าผู้ชายเลือกแบบคิดวิเคราะห์มากกว่าผู้หญิง

Stephen (2008:355-373) ได้ศึกษาการบ่งบอกลักษณะความชำนาญของนักเรียน และกระบวนการคิด และสิ่งรับรู้ทางด้านอารมณ์ของสารสนเทศทางชีววิทยาในหน่วยย่อยเป็นกรณีศึกษา พบว่านักเรียนที่สามารถผสมผสานข้อเท็จจริงของข้อมูลด้วยขั้นตอนและทักษะในการคิดวิเคราะห์ ทำให้ลักษณะใกล้เคียงกับเป้าหมายที่กำหนดมาก ขณะนักเรียนที่ขาดทักษะในการคิดจะมีการผสมผสานความคิด ข้อเท็จจริงของข้อมูลได้ยากกว่า ดังนั้นควรเน้นทักษะการคิดวิเคราะห์ในหลักสูตรการสอนของครูอย่างกว้างขวาง

นันทเฉลิม ประสาท และ เบญจพร ธรรมเสนา (2009 : 82-87) ศึกษาการพัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจในการเรียน ของนักเรียน เกรด 2 ที่เรียนผ่านการค้นคว้าซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญ พบว่าการสอนวิทยาศาสตร์เพื่อให้นักเรียนค้นพบ การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบประสิทธิผลในการสอนของครู และการประสพผลการผ่านค้นคว้าเป็นสำคัญ และเปรียบเทียบการคิดวิเคราะห์ ระหว่างก่อนและหลังเรียน และศึกษาความพึงพอใจในวิธีการเรียน พบว่าคะแนนหลังเรียนมีมากกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สรุปว่าส่วนช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ คือ การพัฒนากระบวนการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจในการเรียน

ไซมอน (Simon.1993: 47-56) ทำการศึกษาโดยการจัดอบรมผู้สอนรายกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลจนถึงเกรด 12 ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิซิมเป็นเวลา 12 สัปดาห์ ติดตามผลการนำไปใช้สอนในชั้นเรียนทุกสัปดาห์ จากการศึกษาพบว่าผู้สอนและนักเรียนมีเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดีขึ้น ครูเปลี่ยนการสอนมาเป็นแบบเน้นการเข้าใจโน้มน้อมมากกว่าทักษะการคำนวณ และผลการสอบของนักเรียนยังคงเดิม เมื่อทดสอบด้วยแบบทดสอบมาตรฐาน

สลาเตอร์ (Slater. 1993: 2528-A) ทำการศึกษาเพื่อหาประสิทธิภาพของวิธีสอน ตามแนวคิดการสร้างสรรคความรู้ โดยทดลองกับผู้สอนจำนวน 25 คน ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น ในกลุ่มสาระการเรียนรู้ดาราศาสตร์ ใช้เวลาทดลอง 15 สัปดาห์ จากการศึกษาพบว่าการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดดังกล่าวสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ให้ดียิ่งขึ้น

อัลซิป (Alsup. 1996: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาประสิทธิผลของการเรียนรู้เมื่อใช้การสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซิมของนักศึกษาฝึกสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต่อความเข้าใจโน้มน้อม เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละกับความเครียดในการสอนคณิตศาสตร์และความมั่นใจในการสอนคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษาศึกษาครั้งนี้ เป็นการศึกษาเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยใช้เครื่องมือ 2 ชนิด คือ แบบประเมินความเข้าใจของนักเรียน เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ และแบบประเมินความมั่นใจในการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีมาตรวัดความวิตกกังวลของนักศึกษา การวิเคราะห์เชิงปริมาณใช้ t- test ส่วนการวิเคราะห์เชิงคุณภาพ โดยการสัมภาษณ์และข้อมูลจากการสังเกตการสอนของนักเรียนฝึกสอน ผลการศึกษาพบว่าการสอนภายใต้แนวคอนสตรัคติวิซิมสามารถพัฒนาการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ ของนักศึกษาฝึกสอน ลดความวิตกกังวลในการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และช่วยให้นักศึกษาฝึกสอนมั่นใจที่จะสอนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

แม็คโคออด (McCoog. 2007 : 25-28) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการ ทฤษฎีพหุปัญญา กับเทคโนโลยี ซึ่งในสังคมปัจจุบันความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีนั้น ได้มีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละวัน ซึ่งในบทความนี้ได้วิเคราะห์สภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงของเทคโนโลยีทางการศึกษา และรวมทฤษฎีของพหุปัญญาเข้าไว้ด้วยกัน นำเสนอโครงร่างยุทธวิธีการสอนที่เป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของนักเรียน

รายการผสมเทคโนโลยีใหม่ ๆ กับการสอนโดยอธิบายแต่ละวิธีการสอนนั้น ๆ กับแต่ละความสามารถของ พหุปัญญา ด้วยเครื่องมือทางเทคโนโลยีที่มีประสิทธิภาพ

ไวท์ และคาร์เพ็นเทอร์ (White ; & Carpenter. 2008 : 22-38) เพื่อทำการศึกษการบูรณาการ วิชาคณิตศาสตร์ ไปยังการนำเข้าสู่แนวทางปฏิบัติของห้องปฏิบัติการทางชีววิทยา เป็นลักษณะของการ บูรณาการหลักสูตรวิทยาศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักในแนวคิดทางชีววิทยาหลังการปฏิบัติ กิจกรรม ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะทางการวิจัยและการปฏิบัติการ และส่งเสริมความสัมพันธ์ระหว่าง แนวคิดทางชีววิทยากับแนวคิดทางคณิตศาสตร์และเคมี ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เสนอร่างของหลักสูตรดังกล่าว โดยเน้นให้เห็นถึงความสัมพันธ์กันระหว่างคณิตศาสตร์ เคมี อีกทั้งยังนำเทคโนโลยีทางคอมพิวเตอร์ เข้ามาใช้ ในห้องปฏิบัติการ การบูรณาการหลักสูตรดังกล่าวยังเน้นไปยังความท้าทาย อีกทั้งยังส่งเสริมการเรียนรู้ แนวคิดการเชื่อมโยงความรู้และสร้างแรงจูงใจในการเรียน อีกครั้งเป็นการดึงดูดความสนใจของนักเรียน อีกด้วย ซึ่งหลักสูตรนี้เป็นหลักสูตรที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ทั่วไป

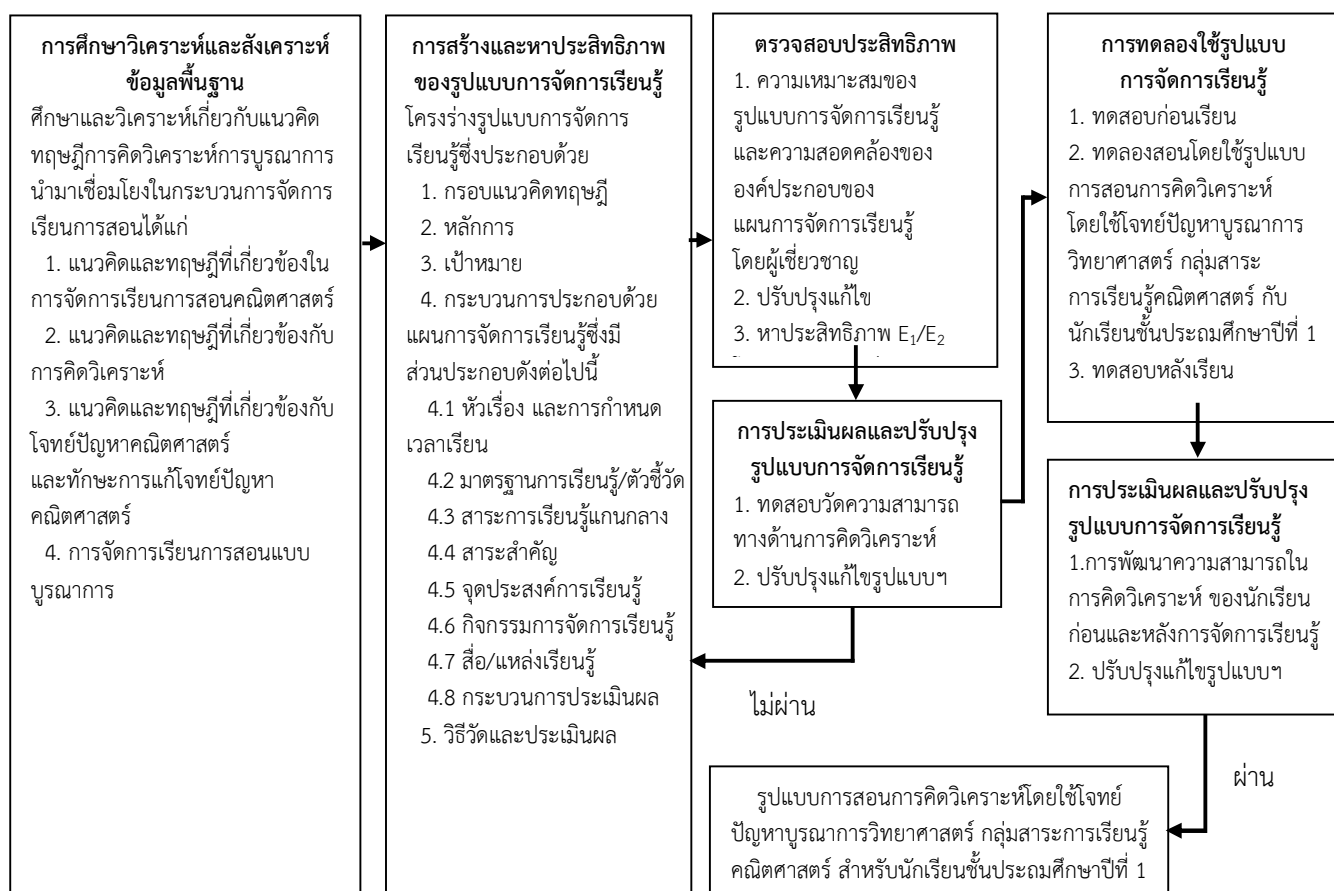
โคลเลอร์ วอลเลซ และซเว็คฮาเมอร์ (Koellner, Wallace; &Swackhamer. 2009: 30-38) สนามการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนระดับเกรด 5 ถึงเกรด 7 รายการบูรณาการงานประพันธ์ที่เกี่ยวข้อง กับคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยทำการค้นหางานประพันธ์ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับสภาครุคณิตศาสตร์แห่ง สหรัฐอเมริกา (NCTM) ในเรื่องของจำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต การวัด การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็นและการแก้ปัญหา เพื่อนำมาใช้ในการเรียนรู้แบบบูรณาการ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ แบ่งระดับความซับซ้อนของงานประพันธ์ออกเป็น 3 ระดับ โดยแบ่งจากความซับซ้อนของเนื้อหาทาง คณิตศาสตร์ที่ประยุกต์กับงานประพันธ์แต่ละเรื่อง ยิ่งมีความซับซ้อนมากก็จะมีบูรณาการมากด้วย ซึ่งในขณะที่ทำการสอนเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จะออกแบบให้สัมพันธ์กับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ มากที่สุดและสนับสนุนการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากหลักสูตรแบบบูรณาการ ได้เป็นการเปรียบเทียบ การอ่านงานประพันธ์ของแต่ละเรื่องระหว่างเรื่องเก่ากับเรื่องใหม่ต่อไป และตั้งคำถามต่าง ๆ เช่น เรื่องนี้ ส่งเสริมการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างไร วัตถุประสงค์ของเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในเรื่องนี้ คืออะไร จะนำเสนอเนื้อหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร และจะอธิบายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างไร เป็นต้น

มิราเกลีย และสมิธาน (Miraglia ; &Smilan. 2009 : 169-185) และนำเสนอการจัดการเรียนรู้ แบบหลักหลายสาขาวิชาซึ่งที่บูรณาการการศึกษา กับศิลปะ และศึกษาความสัมพันธ์ของระบบนิเวศที่มี ต่อเป้าหมายของการดูแลเอาใจใส่และอนุรักษ์ภูมิทัศน์ วิธีการออกแบบหลักสูตรศิลปะนี้ขึ้นอยู่กับการเรียนรู้ หลักการเดินทางเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคนกับสิ่งแวดล้อม และการออกภาคสนามกลางแจ้ง วัตถุประสงค์ การเรียนรู้ ซึ่งต้องใช้หลักการเดินทางในงานศิลปะได้อธิบายรูปแบบการเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมทางการ ออกแบบของหลักสูตรสำหรับครู โดยการพัฒนาจากผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้สิ่งแวดล้อมเป็นบริบท ทั้งนี้ด้าน การทำงานศิลปะจากวัฒนธรรมชาติ เชื่อมโยงในหลายสาขาวิชาที่หลากหลย ผลการเรียนรู้ ของบทเรียนถูกย้ายจากห้องเรียนไปยังบริเวณพื้นที่รอบ ๆ ภายนอกห้องเรียน ซึ่งการใช้ประโยชน์วัสดุ จากธรรมชาตินั้นมีความสำคัญมาก โดยหลักสูตรนี้ได้อธิบายถึงการประสบความสำเร็จของการใช้สิ่งแวดล้อม จากการใช้แหล่งเรียนรู้ตามธรรมชาติซึ่งเป็นสิ่งที่มีอยู่รอบ ๆ ตัว

จากผลการวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศให้ผลสอดคล้องกัน คือ การสอนแบบบูรณาการนั้น เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีพัฒนาการด้านการเรียนที่สูงขึ้น โดยผ่านวิธีการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย อีกทั้งยังเป็นการเปิดกว้างทางการคิด ซึ่งผู้เรียนสามารถนำประสบการณ์ในชีวิตประจำวันมาประยุกต์ใช้ และยังสามารถแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน การคิดวิเคราะห์เป็นทักษะที่สามารถสอนหรือพัฒนาได้เช่นเดียวกับทักษะด้านอื่นๆ นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอน โดยใช้ชุดฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการคิดวิเคราะห์ดีขึ้น ทำให้นักเรียนรู้จักคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น มีเหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีทักษะการทำงานร่วมกันสูงขึ้น เนื่องจากสมาชิกในกลุ่มมีการพูดคุยกัน แลกเปลี่ยนแนวคิด ผู้เรียนเห็นคุณค่าของตนเองเพิ่มมากขึ้น รู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม มีความสามัคคีกันในกลุ่มเพื่อนเพิ่มมากขึ้น ทั้งนี้เพราะนักเรียนได้ร่วมในกิจกรรมทำงานกลุ่มให้ประสบความสำเร็จร่วมกัน

8. กรอบแนวคิดในการวิจัย

การศึกษาเพื่อพัฒนารูปแบบการคิดวิเคราะห์โดยใช้โจทย์ปัญหาบูรณาการวิทยาศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 แสดงกรอบแนวคิดการวิจัย